

## OMBRE E PROSPETTIVA

Che un unico modello matematico possa essere applicato sia alla formazione delle immagini prospettiche sia a quella delle ombre appare oggi a tutti ovvio (purché immagini e ombre siano intese come figure o schemi geometrici), ma è il risultato di un lungo processo storico.

Ricordiamo:

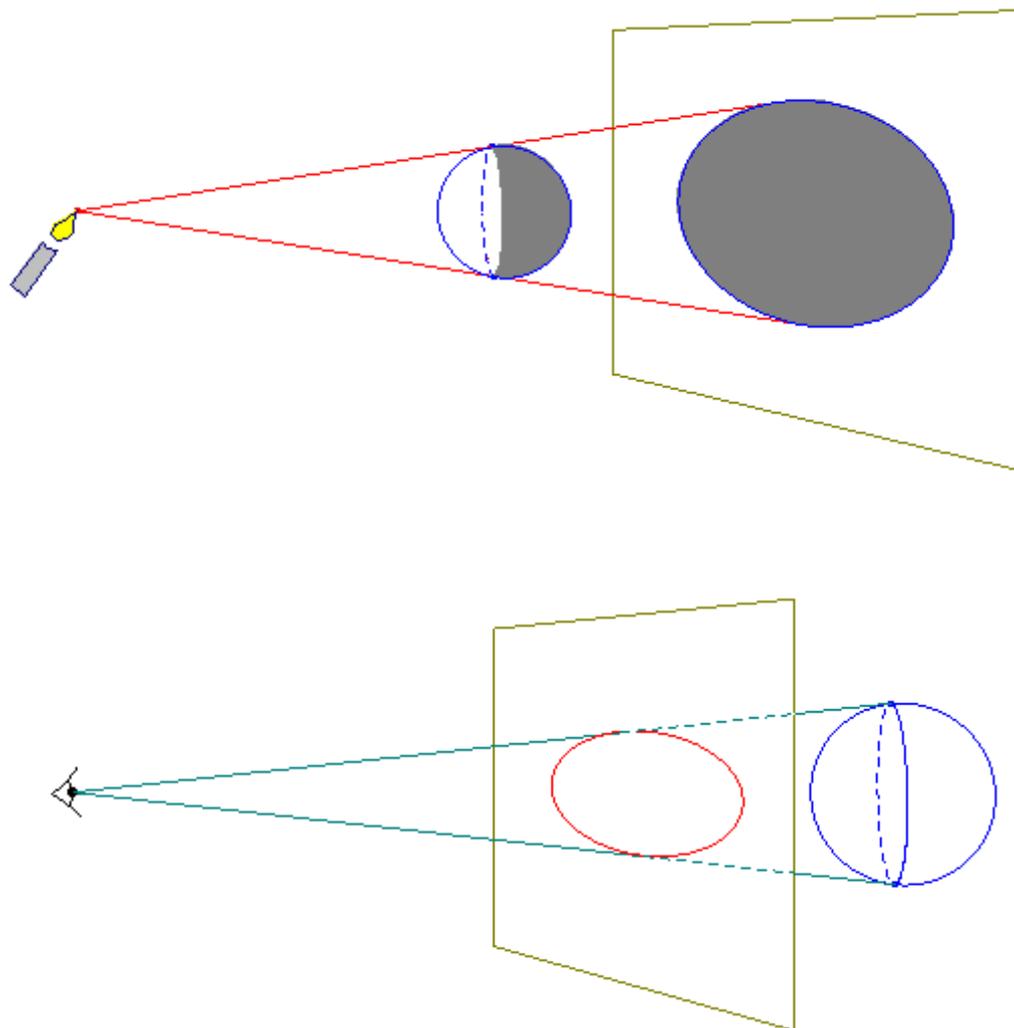


fig.1

1. L'esistenza di un legame tra studio delle ombre e studio della prospettiva fu rilevata abbastanza presto per via sperimentale, a partire dal riconoscimento (effettuato con ogni probabilità dai costruttori di orologi solari) che raggi luminosi e raggi visuali hanno la stessa "sostanza", si comportano allo stesso modo. Ad esempio, alcune osservazioni contenute nel manoscritto fiorentino del "De Statua" di L. B. Alberti <sup>(1)</sup>, un famoso disegno di Leonardo (Figura 1) <sup>(2)</sup>, e numerosi altri

indizi rivelano una precoce consapevolezza del fatto che “il contorno da noi percepito ogniqualvolta osserviamo un corpo è il medesimo che ne circonda l’ombra, purchè questa sia formata da una sorgente luminosa collocata nella stessa posizione in cui si trovava l’occhio”<sup>(3)</sup> Questa scoperta (anche se è difficile valutarne le conseguenze) ci avverte comunque che la produzione di ombre appartiene alle basi empiriche della prospettiva.

2. Per la cultura rinascimentale (fondamentalmente antropocentrica) era difficile distinguere “la presenza, all’interno di una proiezione (la *perspectiva artificialis*) di una ulteriore proiezione (quella delle ombre), cioè la compresenza di due punti di osservazione: l’occhio dell’osservatore e la sorgente di luce”. Occorre infatti, per farlo, “considerare il problema delle ombre come qualcosa di esterno alla figurazione”, slegato dal problema dell’intersezione tra piramide visiva e quadro<sup>(4)</sup>. Prima che fosse possibile avviare la ricerca che ha condotto a costruire metodi geometrici esatti per inserire ombre nelle rappresentazioni pittoriche, è stato dunque necessario superare questo “ostacolo epistemologico”. L’osservazione esplicita che se occhio e sorgente luminosa coincidessero le ombre **non** potrebbero essere osservate, si rintraccia in Galilei (1611) e in Pietro Accolti (1624)<sup>(5)</sup>. C’è pieno accordo tra quest’ultima osservazione e quanto si è detto (nel paragrafo 1) sul contorno apparente degli oggetti.

3. Alla ricerca sulla costruzione delle ombre hanno collaborato tutti i principali studiosi di prospettiva. Non è stato semplice differenziare in modo rigoroso, per

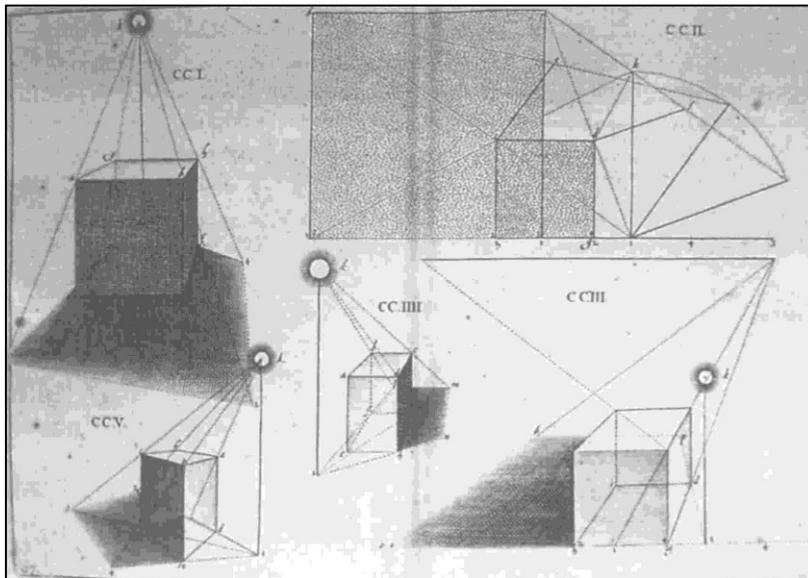


fig.2

ciò che riguarda gli effetti d’ombra, sorgenti naturali e artificiali, puntiformi e non puntiformi; (altri problemi - che qui però non prenderemo in esame - derivavano dalla distinzione tra ombre proprie e portate, dagli studi sulla penombra e sulla gradualità tonale delle ombre). Sia gli artisti (possiamo citare Alberti, Leonardo, Dürer, ecc.) sia i trattatisti (ad esempio Barbaro, Marolois,

D’Aguilon e altri), attribuivano implicitamente alle ombre prodotte dal Sole, dalla Luna, da lampade a fiamma di varia intensità, la medesima tipologia geometrica<sup>(6)</sup>. Ad esempio in ognuno dei grafici di Figura 2 che riproduce una delle tavole relative alla costruzione di ombre presenti nel trattato sulla prospettiva di François

d'Aguilon (del 1613),<sup>(7)</sup> è presente il disco solare: ciò indica chiaramente (ancora a quell'epoca) “*incertezza sulla natura e la distanza della sorgente luminosa*”<sup>(8)</sup> Come l'occhio nella prospettiva, così la sorgente di luce nelle proiezioni era infatti considerata quasi sempre a distanza più o meno grande, ma finita. Una trattazione notevolmente rigorosa sulle ombre determinate da una sorgente a distanza finita si trova nel Libro Quinto dell'opera sulla prospettiva di G. Del Monte (*Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae Libri sex*, Pesaro 1600).

4. Naturalmente, si sapeva che allontanando la sorgente, i raggi luminosi divergevano meno e tendevano a diventare paralleli; proiezioni parallele erano inoltre usate sia per eseguire scorci, sia per ottenere la pianta di figure tridimensionali (ad esempio i poliedri). Ma il rapporto con la prospettiva era un problema non ancora chiarito: un contributo importante alla sua soluzione fu dato dalle connessioni che esistevano tra “*la scienza della prospettiva e le tecniche di proiezione cartografica, le misurazioni astronomiche e i relativi procedimenti della geometria terrestre e cosmologica*”. Verso la metà del XVI secolo, Gemma Frisius e Juan De Rojas (riallacciandosi ai lavori di Tolomeo e riprendendo in esame le proiezioni ortografiche (cfr. § 8) affermarono esplicitamente che il procedimento delle proiezioni parallele si poteva dedurre dalla prospettiva e introdussero il concetto di “occhio a distanza infinita”<sup>(9)</sup>. Malgrado i dubbi di Guidubaldo Del Monte,<sup>(10)</sup> le idee di Frisius e De Rojas finirono con l'essere universalmente accettate, e trovarono in seguito (a partire da Desargues) coerente sistemazione nella geometria proiettiva.

5. Gli studi sui planisferi, sulle carte celesti e terrestri, sugli orologi solari e gli astrolabi ebbero un ruolo importante nello sviluppo della geometria. Contribuirono (insieme a quelli sui numerosi e sempre più perfezionati strumenti usati nelle tecniche di rilevamento urbano e territoriale) a legare più strettamente la prospettiva alla scienza pura e alla matematica, rendendola più astratta, meno subordinata ai problemi specifici della pittura, trasformandola progressivamente in una *teoria delle proiezioni*.<sup>(11)</sup> Dalla seconda metà del Cinquecento in poi, alcuni trattati di prospettiva sono redatti in modo sempre meno adatto alla fruizione dei “pratici”, illustrano procedimenti sempre più generali, si rivolgono esplicitamente (considerato lo stile e le questioni affrontate) a un pubblico di esperti in geometria (o in altre scienze particolari). Per ciò che riguarda il nostro tema, citiamo qui il commento di Federico Commandino al Planisfero di Tolomeo, commento che è anche un breve trattato di prospettiva.<sup>(12)</sup> Le sue costruzioni dell'immagine prospettica (su un quadro, o tavola, perpendicolare al piano del pavimento) si riferiscono a una figura che può essere posta indifferentemente: al di là del quadro (prospettiva tradizionale), al di qua di esso (caso dell'ombra proiettata da una sorgente), oppure in parte al di qua, in parte al di là del quadro (proiezione centrale generica, astratta, priva di interpretazione fisica immediata). Egli inoltre dimostra

che in particolari circostanze la prospettiva di un cerchio può essere (oltre che una conica qualsiasi) ancora un cerchio: fatto importante nello studio dei planisferi e di evidente interesse geometrico, ma certamente poco significativo per un “prospettico pratico”<sup>(13)</sup>.

6. La proiezione parallela spiega in modo quasi perfetto natura e comportamento delle ombre solari, ma non può interpretare rigorosamente il fenomeno della visione in quanto richiede una piramide visuale con vertice improprio (*l'occhio è di fatto in nessun luogo*, sottolineava Guidubaldo Del Monte) Ciò nonostante, le immagini da essa fornite possono avere sufficiente espressività **di tipo prospettico**

(anche oggi sono usate in molti manuali di geometria per la rappresentazione di poliedri o di configurazioni tridimensionali). Inoltre, attraverso “prospettive parallele” si determinano sistemi assonometrici che sono stati ampiamente utilizzati nel disegno tecnico e nell’arte militare. Uno dei primi autori che sottolineò

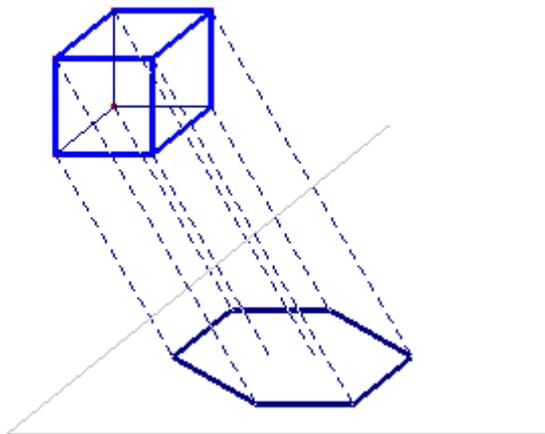


Fig.3

l’importanza della proiezione ortografica non solo nella rappresentazione della sfera celeste e di quella terrestre, ma anche degli edifici e di qualsiasi altra cosa, fu François D’Aguilon (1613)<sup>(14)</sup>. A conclusione di quanto osservato fin qui diamo nella Figura 3 (ripresa da Monge, a un livello quindi in cui la geometria delle proiezioni è notevolmente sviluppata, e la teoria delle ombre “*collocata rigorosamente all’interno della nascente Geometria Descrittiva*”)<sup>(15)</sup> la rappresentazione assonometrica di un cubo e la costruzione (per raggi paralleli) di una delle sue possibili ombre solari.

7. Per ciò che riguarda il fenomeno delle ombre, la separazione tra teoria e pratica è forse più radicale e profonda di quella che si riscontra nell’evoluzione storica della prospettiva artificiale. Una consapevolezza teorica incompleta (o che noi possiamo giudicare tale) non ha mai impedito che si producessero efficacemente ombre, con le più diverse finalità di impiego. Da Alberti (che consiglia di eseguire la prospettiva di un cerchio ricalcandone l’ombra) fino alla fine del Seicento (e oltre) la proiezione di griglie (o di cartoni forati) mediante sorgenti luminose servì per dipingere immagini illusionistiche su volte ricurve o soffitti (specialista in questa tecnica fu Andrea Pozzo), per costruire anamorfosi (Figura 4)<sup>(16)</sup>, per tracciare (in geografia e cartografia) curve che era più difficile ottenere con altri mezzi (Figura 5.)<sup>(17)</sup> Esistevano inoltre numerose e svariate

“pratiche di bottega” che consentivano di inserire nelle pitture ombre realistiche (non importa se proprio esatte da un punto di vista geometrico) delle cose (o persone) ritratte. I “teatri d’ombre” (Figura 6) erano un divertimento diffuso<sup>(18)</sup>

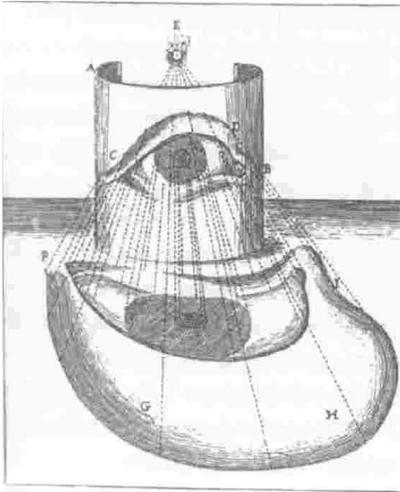


fig.4

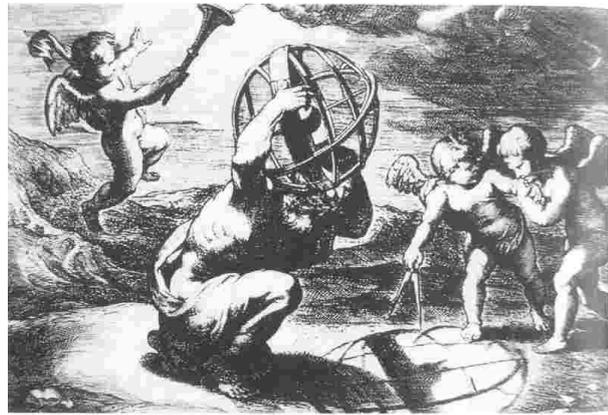


fig.5

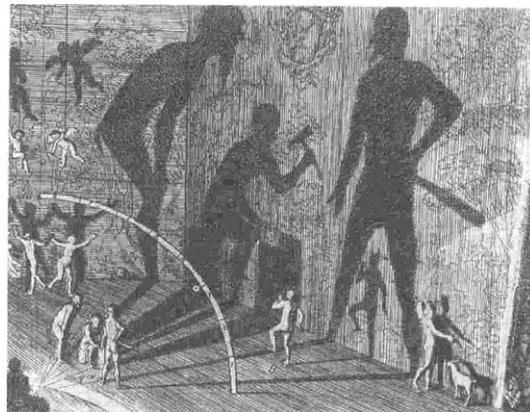
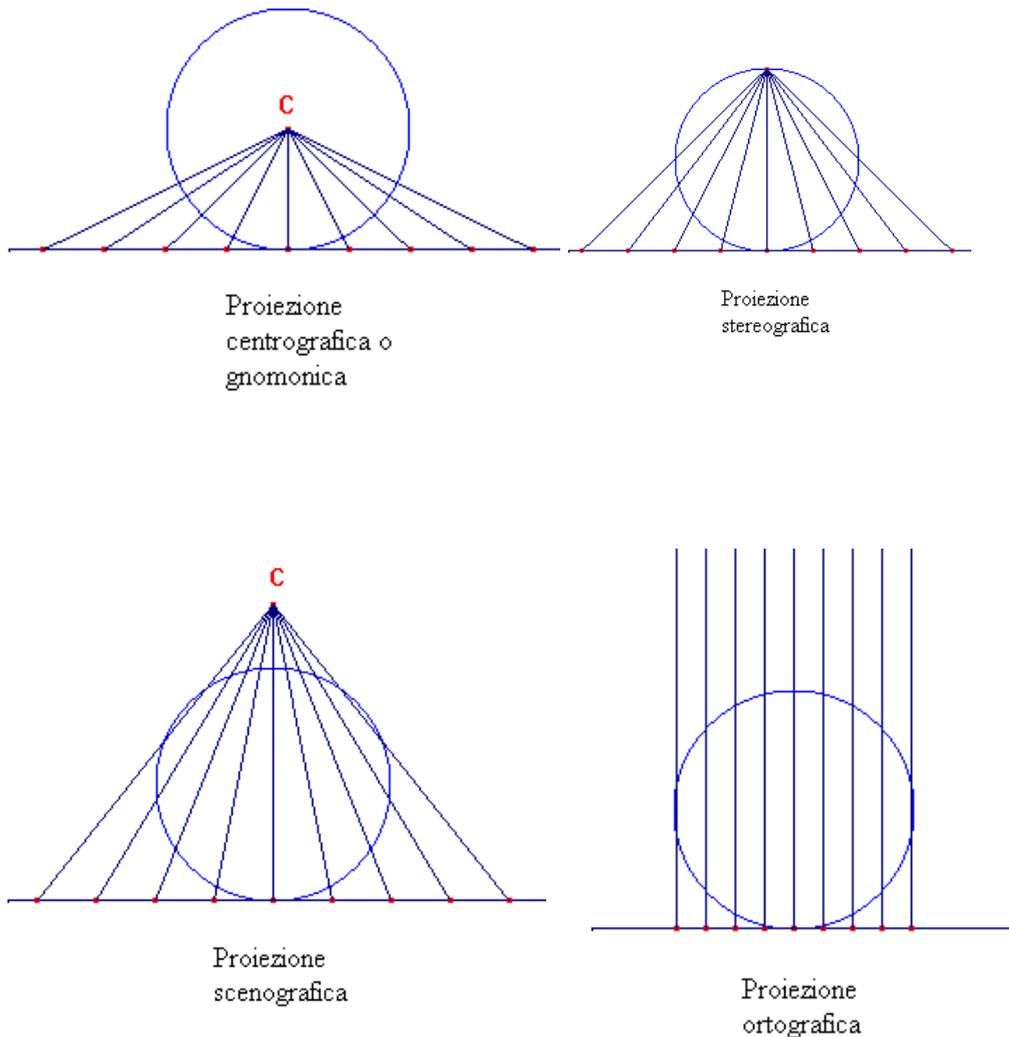


fig.6

8. **Proiezioni della sfera su un piano.** ( Cfr. R. Sinisgalli, Gli studi di Federico Commandino sul planisfero tolemaico come elemento di rottura nella tradizione della teoria prospettica della Rinascenza, in Atti convegno di Milano 11-15 ottobre 1977, Firenze 1980, a cura di M. Dalai Emiliani )  
 Dopo aver fissato sulla sfera terrestre (celeste) gli elementi di riferimento che servono per stabilire le coordinate geografiche (astronomiche) dei punti, si esegue, da un centro su una superficie piana, la proiezione dei punti della

sfera e degli elementi di riferimento fissati. (Nel caso della sfera terrestre viene proiettato il reticolo dei meridiani e dei paralleli)



Se il punto di vista o centro di proiezione, supposto appartenente a una retta passante per il centro della sfera e perpendicolare al piano su cui la proiezione viene eseguita si sceglie al centro della sfera, si avrà una proiezione centrografica o gnomonica; se si sceglie sulla superficie della sfera si avrà una proiezione stereografica; se esterno alla sfera una proiezione scenografica, se infine i raggi proiettanti sono paralleli (e perpendicolari al piano su cui la sfera è proiettata) si avrà una proiezione ortografica (centro improprio). Nelle quattro figure allegate si vedono, sul piano (coincidente con quello del disegno) che contiene il punto di vista, il centro della sfera ed è perpendicolare al piano di proiezione, alcuni raggi proiettanti.

Mentre le rappresentazioni centrografiche, stereografiche e scenografiche hanno una genesi prospettica evidente, non altrettanto accade nel caso della rappresentazione ortografica. Anche negli strumenti meccanici che realizzano la

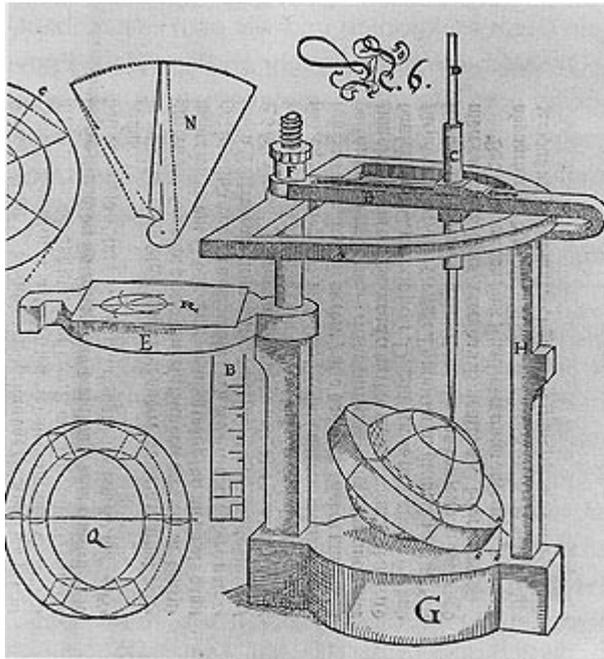


fig.5

proiezione ortografica, manca un “organo fisico” individuabile come posizione di un “punto di vista” (Cfr. figura 5: strumento di Lencker per proiezioni ortografiche illustrato a pag. 257 del catalogo Giunti “Nel segno di Masaccio”, 2001 (a cura di F. Camerota); riproduzione fatta dall’Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze).

(1) Riportiamo, dal trattato De Statua dell’Alberti, il passaggio che qui interessa:

E’ inoltre molto importante capire come noi vediamo i contorni di un corpo sezionato. Se qualcuno infatti taglia un cilindro retto in modo che la parte che egli vede da un determinato punto di osservazione sia separata da quella che in tale posizione rimane nascosta, il cilindro è diviso in due parti, ma ognuna di queste ha la medesima base, che rimane sempre compresa fra quattro lati (linee o archi). Lo stesso accade se osserviamo le sezioni di un corpo. C’è il contorno che delimita la superficie visibile ponendo il nostro occhio in un punto assegnato, e un’altra superficie, invisibile perché la prima ce la nasconde, con lo stesso contorno: il quale, disegnato correttamente su una parete, produrrebbe una figura in tutto simile all’ombra che si avrebbe intercettando la luce proveniente da una sorgente luminosa collocata nel medesimo punto dello spazio in cui prima era posto l’occhio dell’osservatore.

Ed ecco il commento di Bauer (articolo citato nella successiva Nota <sup>(3)</sup> )

Benché questo passo si trovi solo nel manoscritto fiorentino del De Statua e sembri quasi un ripensamento, ciò che vi si dice deve essere certamente considerato con cura. Merita una attenzione maggiore di quella finora ottenuta, perché ci offre la rara opportunità di gettare uno sguardo sugli esperimenti che hanno preceduto e accompagnato la formazione della prospettiva rinascimentale.<sup>1</sup>

Il discorso di Alberti può essere riformulato come segue: allo stesso modo in cui, tagliando un corpo solido, si ottiene una figura che rappresenta la sua intersezione con il piano secante, così la linea formata dai punti in cui i raggi visuali toccano il corpo ci darebbe il contorno di questo come lo si percepirebbe da un particolare punto di vista. Ma poiché i punti di tangenza tra il corpo e i raggi visivi non sono necessariamente contenuti nel medesimo piano, è possibile proiettarli allo scopo di ottenere una figura piana. Si può, ad esempio, proiettare l’ombra del corpo su una parete; Alberti conclude che il contorno da noi percepito ogniqualvolta osserviamo un corpo è il medesimo che ne

---

circonda l'ombra, purché questa sia formata da una sorgente luminosa collocata nella stessa posizione in cui si trovava l'occhio.

Oggi noi diciamo semplicemente "l'ombra proiettata è una immagine prospettica". Nella formazione dell'ombra e nella proiezione centrale c'è sempre un centro di proiezione, un corpo, un piano di proiezione.

(2) Il disegno di Leonardo (*Manoscritto C*, Bibliothèque de l'Institut de France, Parigi, fol.9) fu probabilmente ispirato da un esperimento descritto da B. Pelacani, nelle *Quaestiones super Perspectivam* (cfr. G.F. Vescovini, *La Prospettiva del Brunelleschi, Alhazen e B. Pelacani a Firenze*, FI 1980; inoltre Bauer, op. citata nella successiva nota <sup>(3)</sup>).

Chiunque desideri ottenere una immagine del planisfero – scrive Pelacani – deve soltanto appendere una sfera (armillare) nel centro di una stanza con un filo legato attorno al cerchio equinoziale; allora, se una candela accesa è collocata in prossimità del polo sud, sul muro opposto alla candela potremo vedere la sfera e la sua costruzione nel piano. Poi, identifica i raggi luminosi emessi dalla candela con i raggi visuali uscenti dall'occhio e perciò l'ombra con la sua immagine prospettica (e generalizza il caso particolare della proiezione planisferica a qualunque altra situazione)

(...tunc ingrediatur in cameram homo speram habens, quam si vult prohicere in plano capiat candelam accensam, deinde ponat se in medio camerae et tunc sit spera pendens cum filo colligato equinotiali circulo. Et tunc ponat magis iuxta polum australem candelam ardentem et tunc in pariete camerae candelae oppositae videbis speram et constitutionem eius in plano. Idem veniet si apponatur oculos ubi erat candela, sed hoc in die protractis lineis designantibus visuales radios per extremitates dyametrorum trium circulorum qui sunt circulus capricorni, caeteris distantior.)

(3) Cfr. G. Bauer, *Experimental Shadow Casting and the Early History of Perspective*, in *The Art Bulletin*, June 1987 Vol. LXIX Number 2.

(4) Cfr. A. De Rosa, *Geometrie dell'ombra* (Storia e simbolismo della teoria delle ombre), CittàStudiEdizioni, Milano 1997.

(5) Cfr. lettera di Galilei a Grienberger, sett. 1611; Pietro Accolti, *Lo inganno degli occhi*, Firenze 1625. Per maggiori indicazioni, cfr. F. Camerota, *L'occhio e la lente*, in *Il segno di Masaccio*, catalogo Giunti, Firenze 2001

(6) Ricordiamo che nella geometria contemporanea, data una figura piana  $\mathfrak{S}$ , la sua ombra solare è una trasformata di  $\mathfrak{S}$  mediante una affinità; invece, usando una sorgente puntiforme, l'ombra ottenuta è una trasformata di  $\mathfrak{S}$  mediante una omologia.

(7) F. D'Aguillon, *Opticorum libri sex*, Anversa 1613, Libro VI.

(8) Cfr. A. De Rosa, op. cit.

(9) G. Frisius, *De Astrolabo Catholico* (Anversa 1533). Cercando di chiarire la genesi del planisfero ottenuto per proiezione ortografica, scrive:

“E' difficile spiegare da dove derivi la rappresentazione di questo planisfero; a me sembra, in verità, che venga riportato dallo sguardo, tramite la sfera, sul piano, proprio come gli altri planisferi: cosa che tuttavia ci si figura con l'intelletto piuttosto che eseguirla con la mano..... In verità se fosse possibile l'occhio dovrebbe allontanarsi all'infinito e gettare i raggi per l'emisfero sul piano, in modo che i punti equinoziali si collochino davanti all'occhio frontalmente”.

---

Invece J. De Rojas Sarmiento, *Commentariorum in astrolabium quod planisphaerium vocant libri sex*, Parigi 1550, per indicare quale sia l'origine del planisfero (ottenuto con proiezione ortografica) si limita (dopo averne descritto e analizzato la costruzione) a concludere:

“...Tutto intero il procedimento si deduce a questo punto, secondo noi, dalla prospettiva”.

Cfr. anche R. Sinisgalli, opera citata in <sup>(11)</sup>.

<sup>(10)</sup> G. Del Monte, *Planisphaeriorum universalium theorica*, Pesaro 1579. Commentando Frisius e De Rojas, si dichiara insoddisfatto:

“... De Rojas infatti tralasciò del tutto di precisare dove bisognava collocare l'occhio, mentre Frisius stabilisce che esso, se possibile, stia lontano ad una distanza infinita; cosa che in ogni caso corrisponde a dire che non lo si collocherebbe di fatto in nessun luogo. Infatti, a quale condizione può avvenire che un qualche cosa derivi dalla prospettiva mentre l'occhio si allontana a distanza infinita? Questo, senza dubbio, è incompatibile con la prospettiva stessa”.

Cfr. anche R. Sinisgalli, opera citata in <sup>(11)</sup>.

<sup>(11)</sup> Su questo punto, cfr. R. Sinisgalli, *Gli studi di F. Commandino sul planisfero tolemaico come elemento di rottura nella tradizione della teoria prospettica della Rinascenza*, Atti del Convegno di Milano 11-15 ottobre 1977, a cura di Dalai Emiliani, Firenze 1980. Inoltre, cfr. F. Camerota, *L'immagine del cielo, Arte Militare, Nuova maniera di levar piante*, in *Nel segno di Masaccio*, catalogo Giunti, Firenze 2001. Inoltre cfr. M. Kemp, *La Scienza dell'Arte*, Giunti 1990, Cap. IV, pag. 187 e segg. Per una rassegna dei principali strumenti di rilevamento in uso nel XV e XVI secolo, cfr. ad esempio Docci - Maestri, *Storia del rilevamento architettonico e urbano*, Roma - Bari 1993, pag. 115

<sup>(12)</sup> F. Commandino, *Ptolomaei Planisphaerium, Jordani Planisphaerium, Federici Commandini Urbinate in Planisphaerium commentarius*, in quo universa Scenografices ratio quam brevissime traditur, ac demonstrationibus confirmatur, Venezia 1558.

<sup>(13)</sup> Cfr. M. Kemp, *La scienza dell'arte*, Giunti 1994, pagg. 99-101.

<sup>(14)</sup> F. d'Aguilon, *Opticorum Libri VI, Philosophis juxta ac Mathematicis utiles*, Anversa 1613.

<sup>(15)</sup> G. Monge, *Geometrie Descriptive, Leçons données aux Ecoles Normales l'an III de la République*, Parigi 1798 (cfr. anche *Edition Augmentée* del 1827 per la teoria delle ombre). Cfr. ancora A. De Rosa, op. cit.

<sup>(16)</sup> Entrambe le anamorfosi presentate in figura sono ottenute facendo passare i raggi provenienti da una sorgente attraverso cartoni forati: nella prima (M. Bettini, *Apiaria Universae Philosophiae Mathematicae*, Bologna 1641, 1645) è usato un cartone cilindrico (il decodificatore dell'immagine anamorfica sarà dunque uno specchio cilindrico); nella seconda (J. Oznam, *La Perspective Theorique et Pratique.....*, in *Reécreations Mathématiques et Physiques*, Amsterdam 1683) è usato un cartone piano (l'immagine sarà decodificata attraverso uno specchio piano).

<sup>(17)</sup> Questo disegno del Rubens (frontespizio al Libro VI del trattato di F. d'Aguilon, *Opticorum Libri VI*, 1613) è una versione (con intenti allegorici) di una parte (la prima) dell'esperimento di B. Pelacani. Per le proiezioni ortografiche della sfera era stato inventato, nel 1571, un interessante strumento meccanico. (Cfr. Camerota, *Nel segno di Masaccio*, Giunti 2001, pag.257)

<sup>(18)</sup> (Samuel van Hoogstraten, *Inleyding tot de hooge schoole der schilderkonst*, Rotterdam 1678).