

USR E-R • ANSAS EX IRRE E-R • REGIONE EMILIA-ROMAGNA

# SCIENZE E TECNOLOGIE IN EMILIA-ROMAGNA

*Un nuovo approccio per lo sviluppo  
della cultura scientifica e tecnologica  
nella Regione Emilia-Romagna*

**tecnodid**  
EDITRICE

Collana “Fare sistema in Regione Emilia-Romagna”

Volume n. 2, novembre 2010

Il volume documenta i risultati del Progetto Scienze e Tecnologie, realizzato in partenariato tra l'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna, l'Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex-IRRE Emilia-Romagna e l'Assessorato Scuola, Formazione Professionale, Università e Ricerca, Lavoro della Regione Emilia-Romagna.

Il Progetto si è realizzato nel corso del biennio 2008-2010 e ha riguardato l'attivazione di una rete di laboratori e di musei, la formazione di insegnanti e operatori museali e la sperimentazione nelle classi di metodologie “partecipate” apprese durante la formazione. La collaborazione scientifica è stata affidata all'Università degli Studi di Modena e Reggio-Emilia e all'Istituto per i Beni Artistici, Culturali e Naturali della Regione Emilia-Romagna.

Il Progetto Scienze e Tecnologie è stato approvato e finanziato con Delibere della Giunta regionale n. 1803 del 3 novembre 2008 e n. 1288 del 7 settembre 2009.

*Coordinatore del Progetto Scienze e Tecnologie:* Nicoletta Molinaro

*Comitato Tecnico Scientifico:* Giulia Antonelli, Cristina Bertelli e Nicoletta Molinaro (Regione Emilia-Romagna); Cinzia Buscherini e Lucia Leggieri (Ufficio Scolastico Regionale E-R); Paola Vannini e Claudia Vescini (ANSAS ex-IRRE E-R); Maria Giuseppina Bartolini Bussi, Rossella Garuti e Michela Maschietto (Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia); Laura Carlini, Valentina Galloni e Giovanni Pesce (Istituto per i Beni Artistici, Culturali e Naturali della Regione Emilia-Romagna).

*Volume a cura di:*

Francesca Martignone: Parte I - *MMLab-ER* - Laboratori delle Macchine Matematiche per l'Emilia-Romagna (Azione I).

Beatrice Mascherini: Parte II - “*Kit - piccoli laboratori portatili*” - Una collaborazione tra Musei, Scuole e Territorio (Azione II).

*Editing:* Maria Teresa Bertani

*Copertina:* Maria Elena Tosi

Le attività realizzate dai docenti e dagli studenti sono reperibili in rete ai siti [www.scuolaer.it](http://www.scuolaer.it); [www.didatticaer.it](http://www.didatticaer.it); [www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it).

La riproduzione dei testi è consentita previa citazione della fonte.

Codice ISBN: 978-88-86100-72-4

Stampa: Grafica Sud - Casalnuovo (NA)

# Indice

|                                                                             |           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Presentazioni</b>                                                        |           |
| <b>Una cornice per costruire una nuova scuola.....</b>                      | <b>5</b>  |
| <i>Patrizio Bianchi</i>                                                     |           |
| <b>Dai progetti ai saperi.....</b>                                          | <b>6</b>  |
| <i>Marcello Limina</i>                                                      |           |
| <b>Il Progetto “Scienze e Tecnologie”.....</b>                              | <b>9</b>  |
| <i>Mauro Cervellati</i>                                                     |           |
| <b>Introduzione</b>                                                         |           |
| <b>Il progetto “Scienze e Tecnologie” della Regione Emilia-Romagna.....</b> | <b>10</b> |
| <i>Giulia Antonelli</i>                                                     |           |
| <b>Alcuni dati di sintesi sul progetto</b>                                  |           |
| <i>Maria Toma.....</i>                                                      | <b>12</b> |

## PARTE I

### MMLab-ER - Laboratori delle Macchine Matematiche per l'Emilia-Romagna - (Azione I)

|                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Capitolo 1</b>                                                    |           |
| <b>Il Progetto regionale “Scienze e Tecnologie”: l'Azione 1.....</b> | <b>17</b> |
| <i>Maria Giuseppina Bartolini Bussi, Michela Maschietto</i>          |           |
| <b>Capitolo 2</b>                                                    |           |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena .....</b>     | <b>29</b> |
| <i>Michela Maschietto</i>                                            |           |
| <b>Capitolo 3</b>                                                    |           |
| <b>L'Associazione Macchine Matematiche .....</b>                     | <b>37</b> |
| <i>Marcello Pergola, Carla Zanoli</i>                                |           |
| <b>Capitolo 4</b>                                                    |           |
| <b>Quadro di riferimento .....</b>                                   | <b>40</b> |
| <i>Maria Giuseppina Bartolini Bussi</i>                              |           |
| <b>Capitolo 5</b>                                                    |           |
| <b>Le Macchine del progetto MMLab-ER .....</b>                       | <b>56</b> |
| <i>Carla Zanoli, Francesca Martignone</i>                            |           |
| <b>Capitolo 6</b>                                                    |           |
| <b>La formazione degli insegnanti nel progetto MMLab-ER.....</b>     | <b>73</b> |
| <i>Rossella Garuti, Francesca Martignone</i>                         |           |

|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Capitolo 7</b>                                     |           |
| <b>Piattaforma e risorse per gli insegnanti .....</b> | <b>98</b> |
| <i>Michela Maschietto</i>                             |           |

|                                                       |            |
|-------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 8</b>                                     |            |
| <b>Le sperimentazioni del progetto MMLab-ER .....</b> | <b>106</b> |
| <i>Rossella Garuti, Francesca Martignone</i>          |            |

|                                                                                             |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 9</b>                                                                           |            |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche: un'occasione per imparare a imparare.....</b> | <b>202</b> |
| <i>Paola Vanini</i>                                                                         |            |

|                                                                          |            |
|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 10</b>                                                       |            |
| <b>Il laboratorio di matematica: fare sistema in Emilia-Romagna.....</b> | <b>207</b> |
| <i>Maria Giuseppina Bartolini Bussi</i>                                  |            |

## PARTE II

### “Kit - piccoli laboratori portatili” - Una collaborazione tra Musei, Scuole e Territorio - (Azione 2)

|                                                                                     |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 1</b>                                                                   |            |
| <b>Il ruolo dell'IBC e la formazione per i docenti e gli operatori museali.....</b> | <b>211</b> |
| <i>Laura Carlini</i>                                                                |            |

|                                                  |            |
|--------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 2</b>                                |            |
| <b>Dal museo alla scuola al territorio .....</b> | <b>213</b> |
| <i>Valentina Galloni</i>                         |            |

|                                                                                        |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 3</b>                                                                      |            |
| <b>Museo-scuola-territorio: insieme per l'educazione al patrimonio culturale .....</b> | <b>217</b> |
| <i>Silvia Mascheroni</i>                                                               |            |

|                                                                                  |            |
|----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 4</b>                                                                |            |
| <b>Documentare la scienza: esperienza nelle scuole e modalità possibili.....</b> | <b>221</b> |
| <i>Claudia Vescini</i>                                                           |            |

|                                                          |            |
|----------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 5</b>                                        |            |
| <b>Kit: contenere l'idea per generare l'azione .....</b> | <b>226</b> |
| <i>Giovanni Battista Pesce</i>                           |            |

|                                                               |            |
|---------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 6</b>                                             |            |
| <b>Osservazioni su esperienze educative partecipate .....</b> | <b>229</b> |
| <i>Beatrice Mascherini</i>                                    |            |

|                              |            |
|------------------------------|------------|
| <b>Capitolo 7</b>            |            |
| <b>I kit realizzati.....</b> | <b>233</b> |



## UNA CORNICE PER COSTRUIRE UNA NUOVA SCUOLA

*Patrizio Bianchi*

*Assessore Scuola, Formazione professionale, Università e ricerca, Lavoro - Regione Emilia-Romagna*

Nel testo che presentiamo sono raccolti i materiali in esito del Progetto Scienze e Tecnologie, promosso congiuntamente da Regione, Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna e Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex IRRE-Emilia-Romagna.

La pubblicazione mira a valorizzare, per farne patrimonio comune, i risultati del Progetto in termini di nuovi strumenti didattici, metodologie attive di apprendimento, spazi didattici e pedagogici diversi dall'aula scolastica. Il Progetto Scienze e Tecnologie si inserisce nella logica di integrazione sistemica della Regione, attraverso il sostegno all'autonomia delle istituzioni scolastiche, dando impulso alle reti di soggetti che si riconoscono nelle iniziative promosse e al tempo stesso stimolando gli apporti individuali.

Si è lavorato per avvicinare gli studenti allo studio delle materie scientifiche attraverso l'approccio didattico del *learning by doing*, interattivo, capace di renderli protagonisti del proprio apprendimento in quanto possono osservare e comprendere direttamente i fenomeni scientifici per arrivare solo in un secondo momento alla loro concettualizzazione.

A tal fine, si è puntato sui docenti, proponendo loro una formazione laboratoriale che ha coinvolto l'Università di Modena e Reggio Emilia, i Centri di documentazione di Modena, Piacenza, Rimini, l'Istituzione Gian Franco Minguzzi di Bologna, il CSC - Centro Servizi e Consulenza alle autonomie scolastiche di Ravenna, l'Istituto dei Beni Culturali della Regione Emilia-Romagna e la rete dei musei scientifici del territorio regionale.

Ciò che viene descritto nelle pagine che seguono testimonia l'impegno dei docenti a rendere la scuola un luogo in cui gli studenti siano accompagnati a coltivare attitudini e interessi, a conoscere ed apprendere con entusiasmo, a crescere in un contesto motivante.

---

## DAI PROGETTI AI SAPERI

---

Marcello Limina

*Direttore Generale dell'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna*

### **L'operato dell'Ufficio Scolastico Regionale per la diffusione della cultura dei saperi scientifici**

Non è di ieri l'attenzione dell'Ufficio Scolastico Regionale alla diffusione e al potenziamento della cultura fisica e matematica e, più in generale, di quella scientifica e tecnologica, nelle scuole della regione; ma, soprattutto, nostra intenzione e impegno è continuare nel presente e nel futuro a sviluppare attività di formazione dei docenti e valorizzazione degli studenti che disegnino un'offerta formativa a prova d'Europa. La prospettiva, infatti, non deve limitarsi a guardare nell'*hortus conclusus* delle eccellenze più volte conclamate nel nostro contesto regionale. L'ambizione è più alta: sviluppare sistemi di incremento delle competenze matematiche, scientifiche e tecnologiche che rispondano alle esigenze del territorio, che si verifichino con piena dignità a livello nazionale, ma che si inseriscano anche in un progetto di sviluppo di respiro europeo.

Il nostro obiettivo di riferimento è "Europa 2020", la recente strategia per la crescita e l'occupazione, che pone significativamente tra le sue priorità una "crescita intelligente, sostenibile e inclusiva" in grado di promuovere la conoscenza e l'innovazione come 'motori' della futura crescita economica dell'Unione Europea, come evoluzione del Programma "Istruzione e formazione 2010", per un raggiungimento compiuto degli obiettivi già prefissati.

In questo contesto la 'competenza matematica' assume un ruolo importante. Non dimentichiamo la lezione della Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006, relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente, quando sancisce che *"una persona dovrebbe disporre delle abilità per applicare i principi e processi matematici di base nel contesto quotidiano nella sfera domestica e sul lavoro nonché per seguire e vagliare concatenazioni di argomenti. Una persona dovrebbe essere in grado di svolgere un ragionamento matematico, di cogliere le prove matematiche e di comunicare in linguaggio matematico oltre a saper usare i sussidi appropriati"*.

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche e la sperimentazione che è stata avviata in questo biennio risponde in pieno a questa filosofia di sviluppo del sapere,

ed è una delle molteplici iniziative che a livello regionale sono state finanziate e coordinate in questa direzione dal Ministero dell'Istruzione.

A partire dalle numerose pubblicazioni frutto tanto della riflessione scientifica di esperti, insegnanti e studiosi, quanto della sperimentazione attiva nelle classi, con i ragazzi<sup>1</sup>, per arrivare alle valide e continuate esperienze sul campo. L'elenco è lungo, ma è utile per capire come, nella quotidianità del fare scuola, il sostegno a docenti e studenti sia stato e sia capillare e continuo.

Così si è puntato sulla creazione di 9 presidi di scienze e 2 di matematica dislocati nelle nove province emiliane, scuole capofila che hanno lavorato in rete sul loro territorio per avviare e disseminare buone pratiche didattiche e attività di formazione specifica dei docenti; si è contribuito agli eventi regionali per la sensibilizzazione e l'avvicinamento alle discipline scientifiche degli studenti<sup>2</sup>, che hanno coinvolto in maniera proficua numerose classi in sinergia con università e fondazioni accademiche; è stata incentivata la partecipazione competente e assidua degli insegnanti a progetti nazionali e regionali<sup>3</sup> mirati sull'individuazione di strategie nuove per la didattica; ci si è affidati all'intensa e consolidata collaborazione con l'ANSAS-nucleo territoriale Emilia-Romagna, l'Università di Bologna e la Fondazione Alma Mater, sviluppando un'offerta formativa qualificata che si compone di corsi di alta formazione e di seminari specializzati; sono state attivate convenzioni pluriennali con i dipartimenti di matematica dei quattro atenei emiliano-romagnoli e con il LLC (*Life Learning Center*); per finire si segnalano le più recenti iniziative del progetto "Emergenza Matematica" e della partecipazione – tra le poche regioni scelte nel Centro-Nord – alla sperimentazione di modalità innovative di insegna-

---

<sup>1</sup> Si richiamano di seguito alcune pubblicazioni che l'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna ha realizzato in questi anni per sostenere la funzione docente relativamente agli apprendimenti delle scienze, della matematica e della tecnologia:

- S. Versari, F. Belosi, *Appassionatamente curiosi. Per una didattica delle scienze dell'atmosfera*, Tecnodid, Napoli, 2006.

- Per la collana "I Quaderni dei gruppi di ricerca USR e ex-IRRE E-R - Serie I": A.M. Benini, A. Orlandoni (a cura di), *Matematica*; M. Bertacci (a cura di), *Scienze*; M. Famiglietti (a cura di), *Tecnologia*; Tecnodid, Napoli, 2007.

- S. Versari, C. Buscherini (a cura di), *Scienza, Conoscenza e Realtà. Esperienze di didattica delle scienze*, Tecnodid, Napoli, 2008.

- Per la Collana "I Quaderni dei gruppi di ricerca USR e ex-IRRE E-R - Serie II": A.M. Benini, A. Orlandoni (a cura di), *Matematica*; M. Bertacci (a cura di), *Scienze*; G. Betti, M. Famiglietti (a cura di), *Tecnologia e LLM*; Tecnodid, Napoli, 2010

<sup>2</sup> Ad esempio, "La scienza in piazza", "Scienza Orienta", "Parma Scienza".

<sup>3</sup> "M@t.abel" per la matematica, "ISS" per le scienze, "Lauree scientifiche", "Apprendimenti di base"

mento della matematica nella scuola secondaria di primo grado, realizzate dal Progetto “Qualità e Merito”.

Per quanto riguarda le tecnologie, l’USR in questo ultimo biennio ed ancora per il triennio a venire porta avanti un investimento significativo per le risorse umane e finanziarie. L’obiettivo è l’introduzione di nuovi strumenti tecnologici per l’insegnamento-apprendimento, che permettano la trasformazione degli ambienti di studio e delle modalità di documentazione dei progetti didattici. Il nostro scopo è anche accompagnare le scuole nel compimento del Piano digitale del Ministero dell’istruzione<sup>4</sup>, fornendo tutte le scuole di lavagne interattive multimediali e sperimentando in numerose realtà che cosa vuol dire la scuola di domani.

Albert Einstein era solito dire che *“Vi sono due modi secondo cui la scienza influisce sulla vita dell'uomo. Il primo è familiare a tutti: direttamente – e ancor più indirettamente – la scienza produce strumenti che hanno completamente trasformato l'esistenza umana. Il secondo è per sua natura educativo, agendo sullo spirito (...) questa seconda modalità non è meno efficiente della prima”*. Ci stiamo muovendo su questa strada: una *scienza* familiare, quotidiana, della *realtà*, come è spesso presentata nelle rilevazioni internazionali e nazionali; ma anche fondata sulla *conoscenza* dei necessari prerequisiti tecnici, scientifici e matematici, sull’impiego delle dimostrazioni, chiara e rigorosa nell’esposizione.

L’obiettivo per il futuro più immediato è coinvolgere le migliori energie tra i nostri docenti per fornire nuovi ed esperti strumenti di insegnamento, affinché l’eccellenza non sia costituita solo dagli studenti che spesso vincono i premi nelle competizioni nazionali, ma anche dal complesso delle competenze acquisite nelle scuole di ogni ordine e grado. In questo senso diventa centrale lo sfruttamento delle opportunità offerte dalle nuove tecnologie e la possibilità di trasferire le esperienze già realizzate in ogni ambito: due obiettivi che il progetto “Scienze e tecnologie” ha centrato e che testimoniano, anche attraverso questo volume, la volontà di rendere l’offerta formativa, e le sue ricadute, patrimonio di tutti.

---

<sup>4</sup> Con i progetti “LIM” e “Classi 2.0” in Emilia-Romagna.

---

## IL PROGETTO SCIENZE E TECNOLOGIE

---

*Mauro Cervellati*

*Direttore dell'Agenzia Nazionale – ex IRRE Emilia-Romagna*

Il nucleo ex-IRRE-ER dell'ANSAS (Agenzia Nazionale di Sostegno all'Autonomia Scolastica) ha aderito con convinzione alla proposta di collaborazione al Progetto regionale “Scienze e Tecnologie”, sia per la modalità unitaria dell'intervento, sia per il suo contenuto specifico. L'attenzione del nostro istituto per la didattica delle discipline scientifiche e in modo particolare per la matematica, infatti, non è nuova. Dai primi anni Novanta l'IRRE-ER ha realizzato seminari, servizi e materiali per i docenti dell'area matematica di vari ordini scolastici. Da altrettanto tempo studia e organizza, a livello più generale, percorsi molto richiesti sul potenziamento delle strategie di insegnamento e apprendimento e, recentemente, sulla didattica per competenze.

Il desiderio di operare in sinergia, evitando di disperdere risorse, ha portato alla realizzazione, negli ultimi anni, ad esempio del progetto “EMMA”, in collaborazione con l'Ufficio scolastico regionale per l'Emilia-Romagna, per promuovere una riflessione sulle competenze matematiche e scientifiche sottese all'indagine OCSE-PISA, a partire dall'analisi delle prove proposte e dei loro esiti.

Nell'ambito del Progetto regionale “Scienze e Tecnologie”, che dilata ulteriormente la rete istituzionale di collaborazioni grazie all'intervento propulsore della Regione Emilia-Romagna, il nostro Istituto ha curato in particolare i contatti con le scuole, il raccordo con i cinque Centri territoriali partner dell'iniziativa, l'allestimento e l'attivazione dei laboratori, e le relazioni con i musei e con i docenti per la realizzazione dei Kit scientifici. Va sottolineata inoltre la capacità degli attori-ricercatori, afferenti alle diverse istituzioni, di co-partecipare attivamente nel coordinamento organizzativo e alle elaborazioni teoriche e metodologiche da cui muove il progetto. La finalità comune alle due azioni (Azione 1: Laboratori delle Macchine Matematiche e Azione 2, relativa alla didattica museale) condivisa da tutti i soggetti istituzionali coinvolti, è stata fornire un contributo per accorciare le distanze che separano molti studenti da discipline ritenute generalmente troppo fredde o astratte e rigorose, come le scienze e la matematica, attraverso una rivisitazione del ruolo dell'insegnante, delle sue scelte didattiche, del modello esclusivo della lezione frontale. Con questo progetto siamo dunque entrati nella prospettiva di disegnare un Piano migliorativo scolastico che andrà a ridefinire le coordinate del rapporto tra insegnamento e apprendimento per recuperare le distanze e attivare strategie per la qualità delle nostre scuole.

# Introduzione

---

## **IL PROGETTO SCIENZE E TECNOLOGIE DELLA REGIONE EMILIA-ROMAGNA**

---

*Giulia Antonelli*

*Dirigente Servizio Istruzione e Integrazione fra i Sistemi Formativi, Regione Emilia-Romagna*

Le competenze scientifiche e tecnologiche dei nostri giovani sono spesso valutate come insufficienti o scarse dalle rilevazioni internazionali, se confrontate con le performance dei ragazzi e delle ragazze degli altri paesi.

Una fondamentale inabilità a collegare la concettualizzazione delle teorie con gli “oggetti” della matematica, che non sono direttamente accessibili ai sensi. Ne deriva una generalizzata difficoltà nella divulgazione e nella didattica di queste discipline, creando una preconcepita disaffezione e ostilità nei confronti delle materie scientifiche, avvertite come estranee all’esperienza e dunque di difficile comprensione.

Le raccomandazioni della commissione Rocard e della commissione Berlinguer per la divulgazione delle competenze scientifiche e tecnologiche indicano questo obiettivo: ricollegare le rappresentazioni esterne degli oggetti matematici (simboli, formule, parole e strumenti) con un significato che riporti la matematica alla soluzione di problemi con un forte legame alla vita di tutti i giorni, con collegamenti concreti a tutte le altre discipline.

Il progetto biennale di formazione dei docenti finanziato dalla Regione Emilia-Romagna si pone nel solco di questo obiettivo, per sollecitare la “meraviglia” degli studenti nei confronti di questa area, attraverso una didattica innovativa che comprenda la manipolazione di strumenti, la partecipazione attiva all’incontro con spazi espositivi e divulgativi, l’elaborazione individuale e collettiva di esperimenti e approfondimenti della realtà che ci circonda.

La creazione di aule didattiche con “macchine matematiche”, lezioni al museo come luogo di scambio di esperienze, attività multidisciplinare per la permeabilità dei concetti scientifici nelle altre materie, la documentazione anche filmata delle diverse attività di formazione dei docenti e di applicazione in aula della didattica innovativa, la disponibilità on-line dei prodotti realizzati per la loro divulgazione e auspicata integrazione, sono i dispositivi che hanno alimentato il Progetto regiona-

le, di cui questo volume testimonia la ricchezza e la importante innovazione sia di prodotto che di processo.

La parola chiave che ha contraddistinto il percorso è infatti *coinvolgimento*; non ci sono stati attori e spettatori, ma solo protagonisti alla pari. Dagli esperti ai coordinatori, dai docenti agli allievi, dai responsabili dei centri di documentazione ai soggetti istituzionali, tutti si sono sentiti parte di una storia nuova, perché le macchine matematiche con la loro bellezza antica e modernissima costituiscono il ponte tra teoria e pratica, in grado di accendere l'interesse e le abilità dei giovani di ogni età; perché il museo diventa un luogo amico dove toccare e provare non sono più azioni proibite, ma anzi il tramite per sperimentare e avvicinare alla quotidianità fenomeni ritenuti imperscrutabili.

Il progetto è un *sasso* lanciato nell'acqua a volte "ferma" della didattica di queste discipline, volendo dimostrare che la scienza è la nostra vita, che i ragazzi la possono comprendere e apprezzare meglio se la "vedono" e non solo se la "imparano" e dunque i *cerchi* che farà saranno dati dalla curiosità critica di tutti i docenti che conosceranno il progetto e lo faranno proprio, rinnovando nelle loro classi *il miracolo della meraviglia* dei giovani anche per le materie scientifiche.

---

## ALCUNI DATI DI SINTESI SUL PROGETTO

Maria Toma

*Servizio Istruzione e Integrazione fra i Sistemi Formativi della Regione Emilia-Romagna*

---

Il progetto si è sviluppato nell'arco del biennio 2008-2010; il suo percorso è stato caratterizzato dal coinvolgimento attivo di una pluralità di soggetti, tra cui gli istituti scolastici del primo e del secondo ciclo di tutta la regione Emilia-Romagna, dapprima coinvolti nell'attività di formazione per gli insegnanti e successivamente in quelle di sperimentazione, realizzate sia dai docenti sia dagli studenti, attività che verranno trattate approfonditamente nei capitoli seguenti.

### **Istituti scolastici coinvolti nell'attività di formazione**

I dati che seguono rendono conto, dal punto di vista quantitativo, della partecipazione dei docenti all'attività di formazione e della rispettiva appartenenza agli istituti scolastici suddivisi sia per territorio provinciale che nelle seguenti tipologie: la prima comprendente gli istituti del primo ciclo; la seconda i licei e gli istituti magistrali del secondo ciclo; la terza gli istituti tecnici e professionali del secondo ciclo.

#### *Azione 1: "Laboratorio delle macchine matematiche"*

Nella prima annualità la formazione si è svolta da marzo ad aprile 2009, coinvolgendo 29 insegnanti provenienti da 26 istituti scolastici delle province di Piacenza e Rimini. Nella seconda annualità l'attività si è svolta da novembre 2009 a marzo 2010, coinvolgendo 56 docenti provenienti da 39 istituzioni scolastiche delle province di Bologna, Modena e Ravenna. I centri di documentazione CDE "I-SII G. Marconi" di Piacenza, CPS "O. Belluzzi" di Rimini, Istituzione "G.F. Minguzzi" di Bologna, Centro Memo "S. Neri" di Modena e Centro Risorse Territoriali (CRT) di Lugo (RA), collaborando al Progetto nelle attività di formazione, di allestimento delle aule didattiche e di sperimentazione, hanno svolto un ruolo fondamentale di raccordo con i rispettivi territori.



*Tabella 1 - Istituti scolastici coinvolti nel biennio 2008-2010, per provincia e tipologia. Azione 1*

| <i>Provincia</i> | <i>Ist. comprensivi, scuole primarie e secondarie di I gr.</i> | <i>Licei e istituti magistrali</i> | <i>Istituti tecnici, professionali, IIS, ISIS</i> | <i>Totale</i> |
|------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------|
| Bologna          | 12                                                             | 2                                  | 1                                                 | 15            |
| Modena           | 8                                                              | 2                                  | 2                                                 | 12            |
| Piacenza         | 5                                                              | 4                                  | 2                                                 | 11            |
| Ravenna          | 8                                                              | 2                                  | 2                                                 | 12            |
| Rimini           | 8                                                              | 2                                  | 5                                                 | 15            |
| <i>Totale</i>    | <i>41</i>                                                      | <i>12</i>                          | <i>12</i>                                         | <i>65</i>     |

*Azione 2: "Kit - piccoli laboratori portatili"*

Nella prima annualità la formazione sulle buone pratiche di collaborazione tra musei scientifici e scuole si è svolta da marzo a maggio 2009; l'ultima giornata si è svolta presso due musei di Milano, il Museo Nazionale della Scienza e della Tecnologia e il Museo Civico di Storia Naturale. Ha coinvolto 16 operatori museali, provenienti da 13 musei della Regione Emilia-Romagna, e 60 docenti provenienti da 46 istituti scolastici della Regione suddivisi in tre sedi: a Bologna (23 docenti dalle province di BO, FE e MO), a Piacenza (17 docenti dalle province di Parma, Reggio Emilia e Piacenza), a Rimini (n. 20 dalle province di Forlì-Cesena, Ravenna e Rimini); cfr Tab. 2.

*Tabella 2 - Istituti scolastici coinvolti, per provincia e tipologia. Azione 2*

| <i>Provincia</i> | <i>Ist. comprensivi, scuole primarie e secondarie di I gr.</i> | <i>Licei e istituti magistrali</i> | <i>Istituti tecnici, professionali, IIS, ISIS</i> | <i>Totale</i> |
|------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------|
| Bologna          | 4                                                              | 4                                  | 3                                                 | 11            |
| Ferrara          | 2                                                              | 2                                  | 1                                                 | 5             |
| Forlì Cesena     | 3                                                              | 2                                  | 2                                                 | 7             |
| Modena           | 2                                                              | 0                                  | 0                                                 | 2             |
| Parma            | 0                                                              | 1                                  | 5                                                 | 6             |
| Piacenza         | 1                                                              | 2                                  | 0                                                 | 3             |
| Reggio E.        | 3                                                              | 3                                  | 0                                                 | 6             |
| Ravenna          | 2                                                              | 0                                  | 1                                                 | 3             |
| Rimini           | 0                                                              | 1                                  | 2                                                 | 3             |
| <i>Totale</i>    | <i>17</i>                                                      | <i>15</i>                          | <i>14</i>                                         | <i>46</i>     |

### Gli studenti coinvolti nell'attività di sperimentazione

I dati che seguono rendono conto, sempre da un punto di vista quantitativo, della partecipazione degli studenti provenienti dagli istituti scolastici coinvolti nell'attività di sperimentazione.

#### *Azione 1: "Laboratorio delle macchine matematiche"*

Complessivamente sono state realizzate 77 sperimentazioni che hanno coinvolto, oltre ai tutor, ai docenti formatori, agli insegnanti, 2335 studenti degli istituti scolastici del primo e del secondo ciclo della Regione (Tab. 3).

*Tabella 3 - Numero di sperimentazioni realizzate e studenti coinvolti, per provincia. Azione 1*

| <i>Provincia</i> | <i>Numero di sperimentazioni</i> | <i>Numero studenti coinvolti</i> |
|------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Bologna          | 20                               | 500                              |
| Modena           | 18                               | 450                              |
| Piacenza*        | 18                               | 760                              |
| Ravenna          | 16                               | 450                              |
| Rimini           | 7                                | 175                              |
| <i>Totale</i>    | <i>79</i>                        | <i>2.335</i>                     |

*\* Nel biennio, comprensive anche di visite ai laboratori ed eventi.*

#### *Azione 2: "Kit - piccoli laboratori portatili"*

A partire dal mese di febbraio 2010 sono stati coinvolti, oltre agli operatori di 11 musei e di diverse realtà territoriali, nella realizzazione e nella sperimentazione dei 9 progetti di "KIT - piccolo laboratorio portatile" complessivamente 1200 studenti di 50 classi, provenienti da 23 istituti scolastici del primo e del secondo ciclo della Regione (Tab. 4).

*Tabella 4 - Istituti scolastici coinvolti, per provincia e tipologia, numero classi e numero studenti. Azione 2*

| <i>Provincia</i> | <i>Ist. comprensivi, scuole primarie e secondarie I gr.</i> | <i>Licei e istituti magistrali</i> | <i>Istituti tecnici, professionali, IIS, ISIS</i> | <i>N. classi</i> | <i>N. studenti</i> |
|------------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------|--------------------|
| Bologna          | 2                                                           | 1                                  | 2                                                 | 7                | 175                |
| Ferrara          | 1                                                           | 3                                  | 0                                                 | 8                | 205                |
| Forlì-Cesena     | 0                                                           | 0                                  | 1                                                 | 3                | 65                 |
| Modena           | 2                                                           | 0                                  | 0                                                 | 2                | 54                 |
| Parma            | 2                                                           | 1                                  | 2                                                 | 20               | 479                |
| Piacenza         | 0                                                           | 2                                  | 1                                                 | 3                | 51                 |
| Reggio Emilia    | 1                                                           | 1                                  | 0                                                 | 5                | 119                |
| Ravenna          | 0                                                           | 0                                  | 1                                                 | 2                | 52                 |
| <i>Totale</i>    | <i>8</i>                                                    | <i>8</i>                           | <i>7</i>                                          | <i>50</i>        | <i>1.200</i>       |

# Parte I

MMLab-ER – Laboratori  
delle macchine matematiche  
per l'Emilia-Romagna  
Azione I

Si ringraziano tutti gli insegnanti e gli studenti che hanno partecipato al Progetto studiando, lavorando e svolgendo attività nelle loro scuole e nei Laboratori delle Macchine matematiche.

## IL PROGETTO REGIONALE SCIENZE E TECNOLOGIE: L'AZIONE 1

*Maria Giuseppina Bartolini Bussi, Michela Maschietto*

*Università di Modena e Reggio Emilia*

### Introduzione

In questo capitolo, sarà presentato a grandi linee il Progetto Regionale Laboratori delle Macchine Matematiche per l'Emilia-Romagna (MMLab-ER), che ha consentito di realizzare una rete di cinque laboratori di matematica nelle province di Bologna, Modena, Piacenza, Ravenna e Rimini, di formare, in ogni provincia, un gruppo di insegnanti esperti nella didattica laboratoriale attraverso l'uso di macchine matematiche e di documentare un numero consistente di sperimentazioni sul tema; il progetto coinvolge classi scolastiche di ogni ordine e grado, per un numero totale di circa duemila studenti.



*Figura 1 - Le province del Progetto (2008-2010)*

Nella didattica della matematica, l'idea di laboratorio si è delineata a partire dalla fine del XIX secolo, contestualmente alla nascita della Commissione Internazionale per l'Insegnamento della Matematica (ICMI)<sup>1</sup>. All'epoca, l'approccio sperimentale alla matematica nella scuola è stato promosso in vari paesi da matematici

<sup>1</sup> <http://www.unige.ch/math/Ensmath/Rome2008>.

quali Felix Klein (1849-1925), primo presidente dell'ICMI, Giovanni Vailati (1863-1909) ed Emile Borel (1871-1956), mentre, in parallelo, nella pedagogia si diffondevano i metodi attivi di insegnamento, ad esempio a opera di John Dewey (1859-1952).

Dopo un secolo, l'approccio alle discipline dell'area matematico-scientifico-tecnologica attraverso attività di laboratorio è ancora poco diffuso nella scuola reale ed è, per questo, al centro di un dibattito a livello nazionale e internazionale. Si possono citare, ad esempio, le *Indicazioni per il curricolo del primo ciclo* (2007)<sup>2</sup>, i documenti del gruppo Berlinguer sulla *diffusione della cultura scientifica*<sup>3</sup> e il documento *Science education now*<sup>4</sup> della Commissione europea sulla situazione dell'insegnamento delle scienze e della matematica in Europa.

L'Unione Matematica Italiana (UMI) ha partecipato attivamente a questo processo, elaborando l'idea di laboratorio nel progetto curricolare *Matematica per il cittadino*, avviato nel 2000<sup>5</sup>. Tra gli strumenti del laboratorio sono citate espressamente le macchine matematiche, di cui il Dipartimento di Matematica di Modena possiede una cospicua collezione, collocata nell'omonimo laboratorio e visitata annualmente da poco meno di un migliaio di studenti delle scuole secondarie (vedi capitolo 2). Le macchine matematiche di Modena sono oggetti fisici da manipolare concretamente. Esse sono di due tipi: *macchine per l'aritmetica*, cioè strumenti che consentono di rappresentare numeri e di realizzare operazioni aritmetiche (per esempio, semplici calcolatrici meccaniche e abaci); *macchine per la geometria*, cioè strumenti che forzano un punto o una figura a muoversi o a essere trasformati secondo leggi matematiche predeterminate (per esempio, compassi, curvografi, pantografi e prospettografi).

In questo contesto, è maturata l'idea di proporre alla Regione Emilia-Romagna un progetto di ricerca riguardante la diffusione a livello regionale del modello del Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena. La proposta è stata illustrata nell'estate 2007 a Paola Manzini (Assessore scuola, formazione professionale, università, lavoro e pari opportunità) e successivamente messa a punto come progetto biennale (2008-2010) in collaborazione con il personale dell'Assessorato. La responsabilità scientifica del progetto è stata affidata a Maria Giuseppina Bartolini Bussi e a Michela Maschietto (Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio Emilia).

<sup>2</sup> [http://archivio.pubblica.istruzione.it/news/2007/indicazioni\\_nazionali.shtml](http://archivio.pubblica.istruzione.it/news/2007/indicazioni_nazionali.shtml).

<sup>3</sup> <http://archivio.pubblica.istruzione.it/argomenti/gst/documenti.shtml>.

<sup>4</sup> Rocard M., Csermely P., Jorde D., Lenzen D., Walberg-Henriksson H., Hemmo V. (2007), *Science education now: a renewed pedagogy for the future of Europe*, European Commission. [http://ec.europa.eu/research/science-society/document\\_library/pdf\\_06/report-rocard-on-science-education\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf).

<sup>5</sup> Vedi *Matematica 2003*, in [http://umi.dm.unibo.it/area\\_download-37.html](http://umi.dm.unibo.it/area_download-37.html) e il capitolo 4 di questo volume.

Il Progetto di ricerca MMLab-ER si è proposto fino dall'inizio di rispondere alle indicazioni e raccomandazioni nazionali e internazionali sull'idea di laboratorio di matematica, espandendo nella regione Emilia-Romagna il modello originale elaborato a Modena. Il Progetto nasce con i seguenti obiettivi:

- creazione di luoghi fisici istituzionali (aule didattiche decentrate) presso i Centri di documentazione educativa per dare, a livello locale, continuità nel tempo alle azioni avviate nel Progetto MMLab-ER;
- formazione degli insegnanti dei vari ordini scolastici sulle metodologie del laboratorio di matematica attraverso l'uso di macchine matematiche;
- sperimentazione di attività di laboratorio con le macchine matematiche nelle classi dei docenti formati;
- coinvolgimento del territorio (istituzioni locali, centri di documentazione educativa) nel sostegno e nell'amplificazione delle azioni proposte.

Questo capitolo illustra il processo temporale che ha condotto alla precisazione e alla realizzazione dell'idea iniziale nel confronto con i diversi attori e una valutazione scientifica dei risultati del progetto. Esso è anche una sintesi ragionata dei risultati descritti nei capitoli successivi, a cui si rinvia per maggiori dettagli.

### **Dall'idea al Progetto MMLab-ER (2007-08)**

#### *Caratteristiche innovative del Progetto*

Il progetto, che coniuga diverse esigenze e diversi tipi di azione con la partecipazione di vari attori istituzionali (Università, Regione, scuola, centri per insegnanti), ha una notevole complessità, che richiede la condivisione degli obiettivi e dei metodi di lavoro non solo con i destinatari finali della formazione (insegnanti), ma anche con i diversi attori e comporta la difficoltà di coordinare i tempi di funzionamento delle istituzioni coinvolte con i tempi della scuola. Rispetto a un percorso ideale ipotizzabile a tavolino, questa complessità richiede energie e risorse umane notevoli, difficilmente documentabili, e porta a rallentamenti e ad accelerazioni improvvise, non sempre adeguati a un funzionamento ottimale e tuttavia ineludibili nel passaggio dalle sperimentazioni 'protette' delle classi pilota all'estensione delle sperimentazioni al sistema scolastico.

Nella progettazione e nella conduzione del progetto sono stati adottati strumenti di ricerca validati, grazie alla collocazione nella comunità internazionale delle autrici di questo capitolo. Reciprocamente, la possibilità di operare all'interno di un progetto complesso con un gruppo coeso e motivato ha consentito di produrre risultati che aumentano le conoscenze scientifiche sulla formazione degli insegnanti

relativamente alla didattica nel laboratorio di matematica e che sono già state (e saranno ancora di più in futuro) oggetto di comunicazioni e pubblicazioni scientifiche sul piano nazionale e internazionale.

### *Il Gruppo di lavoro di Modena*

L'idea iniziale si colloca all'interno di un quadro teorico già definito (vedi capitolo 4) ed è sostenuta da un'esperienza pluriennale di ricerca con gli insegnanti (Bartolini Bussi, Maschietto, 2006). Tuttavia è stato necessario un anno per costruire un progetto di ricerca-azione esteso su una parte consistente del territorio regionale. In questo periodo si svolgono vari incontri con il personale dell'Assessorato regionale alla scuola, formazione professionale, università, lavoro e pari opportunità, sotto il coordinamento di Cristina Bertelli. Mentre la Regione predispone gli accordi necessari con l'Ufficio scolastico regionale e con l'Agenzia nazionale per lo sviluppo dell'autonomia scolastica (Nucleo regionale ex IRRE E-R), presso il Dipartimento di Matematica si costituisce il *Gruppo di lavoro di Modena* per il coordinamento scientifico del Progetto. Oltre alle autrici di questo capitolo, entrano nel gruppo Rossella Garuti, dirigente scolastico distaccata presso la Scuola di dottorato in Scienze umanistiche per il conseguimento del dottorato di ricerca, Francesca Martignone, titolare di un assegno di ricerca dedicato al progetto, e i membri dell'Associazione di promozione sociale "Macchine Matematiche".

Nell'anno scolastico 2007-08 Garuti e Martignone conducono corsi di formazione in servizio sul laboratorio di matematica in diversi luoghi della regione Emilia-Romagna, raccogliendo una preziosa documentazione che sarà poi reinvestita nel progetto regionale. A Formigine (MO) è condotta (Maschietto e Martignone) una sperimentazione pilota nella scuola secondaria di primo grado sul tema "Trasformazioni isometriche e non isometriche nel piano: un percorso didattico che si avvale dell'utilizzo delle macchine matematiche".

### *Ricerche sugli aspetti cognitivi*

Nello stesso periodo, si avvia una ricerca all'interno del progetto di rilevante interesse nazionale (PRIN 2005019721), "Significati, congetture, dimostrazioni: dalle ricerche di base in didattica della matematica alle implicazioni curriculari" sul tema "Analisi cognitive dei processi di esplorazione sulle macchine matematiche", condotta da Francesca Martignone (Modena) e Samuele Antonini (Siena-Pavia). L'analisi fine dei processi di esplorazione delle macchine prosegue nell'ambito del Progetto PRIN 2007B2M4EK sul tema "Strumenti e rappresentazioni nell'insegna-



mento-apprendimento della matematica: teoria e pratica". Essa fornisce utili strumenti per la preparazione del materiale di formazione di questo specifico progetto.

### *I contatti internazionali*

Nella primavera 2008, in occasione del Simposio internazionale<sup>6</sup> per il centenario della fondazione dell'ICMI (Commissione internazionale per l'insegnamento della matematica), Bartolini Bussi coordina con Marcelo Borba (Brasile) il gruppo di lavoro WG4 sul tema *Resources and technology throughout the history of ICMI*, raccogliendo una copiosa documentazione sulle attività del laboratorio di matematica in tutti i continenti<sup>7</sup>.

Nel periodo gennaio-marzo 2008, Maschietto è membro del gruppo di ricerca EducTICE<sup>8</sup> (coordinato da Luc Trouche) presso l'Istituto nazionale di ricerca pedagogica (INRP) di Lione, in veste di ricercatore inviato. Durante tale periodo, ci sono fecondi scambi da un lato sul tema del laboratorio di matematica (tema sul quale Maschietto e Trouche collaborano per il Simposio ICMI a Roma sopra citato) e sulla didattica con le macchine matematiche, dall'altro sul tema delle risorse per gli insegnanti e sui dispositivi di lavoro collaborativo (quali ad esempio le piattaforme), in occasione di giornate di formazione dei formatori di insegnanti e di seminari scientifici. Su questi temi è siglata una convezione di collaborazione internazionale tra l'Università di Modena e Reggio Emilia e l'INRP di Lione.

### *Gli attori istituzionali*

Nella tarda primavera 2008 gli attori istituzionali (Assessorato regionale alla scuola, formazione professionale, università, lavoro e pari opportunità, Direzione generale dell'Ufficio scolastico regionale per l'Emilia-Romagna e Agenzia nazionale per lo sviluppo dell'autonomia scolastica (nucleo regionale ex IRRE E-R) condividono un progetto biennale regionale di promozione delle competenze scientifiche e matematiche, denominato "Progetto Scienze e Tecnologie", nel quadro del progetto nazionale per lo sviluppo della cultura scientifica e tecnologica, affidando ufficialmente il coordinamento scientifico dell'Azione 1 (Laboratorio delle Macchine Matematiche) all'Università di Modena e Reggio Emilia.

---

<sup>6</sup> <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/>.

<sup>7</sup> Numerosi contributi basati su quelli proposti nel gruppo di lavoro sono stati raccolti in Bartolini Bussi M.G., Borba M. (a cura di), (2010). *The role of resources and technology in mathematics education*, in *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 42 (1).

<sup>8</sup> <http://eductice.inrp.fr/EducTice>.

## Dal Progetto alla realizzazione del primo anno (2008-09)

### *L'avvio del Progetto*

Il 21 luglio 2008, con la firma dell'intesa tra gli attori istituzionali si avvia la fase operativa del Progetto. Per l'Azione 1 è nominato il *Comitato tecnico scientifico*, costituito da rappresentanti della Regione Emilia-Romagna, dell'Ufficio scolastico regionale per l'Emilia-Romagna, dell'ANSAS - ex IRRE e integrato con i rappresentanti delle istituzioni partecipanti (Bartolini Bussi, Maschietto, Garuti). Il *Gruppo di Consultazione* è costituito dai membri del Comitato tecnico scientifico e da rappresentanti dei Centri di documentazione per insegnanti. Successivamente è formato un *Gruppo di lavoro regionale* ampliato con i formatori e i tutor delle sperimentazioni operanti sulle diverse sedi. I *formatori* sono individuati dal Comitato tecnico scientifico su indicazione dell'Università di Modena e Reggio Emilia. I *tutor* per la sperimentazione sono selezionati dall'Università in accordo con i Centri, per favorire il radicamento del Progetto sui territori provinciali e garantire una continuità tra il Progetto e le successive attività dei Centri sul laboratorio di matematica. Inoltre, rappresentano il nucleo delle risorse umane che possono contribuire alla crescita dei laboratori come aule didattiche decentrate.

Nell'intesa sono anche individuate le due province (Piacenza e Rimini) presso cui avviare il progetto nel primo anno e i relativi Centri di documentazione (*Centro di documentazione educativa* di Piacenza<sup>9</sup>; *Centro pedagogico* di Rimini<sup>10</sup>).

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena apre una pagina nel proprio sito, dedicata al progetto regionale<sup>11</sup>. Tale pagina contiene i documenti base del Progetto e le informazioni sulle attività nelle singole sedi. I Centri di documentazione nei loro siti aprono sezioni in cui inserire documentazioni aggiuntive sulle attività del loro territorio. Il 12 settembre 2008, a Bologna, è convocato per la prima volta il Gruppo di consultazione, per illustrare il progetto ai responsabili dei Centri di documentazione di Piacenza e Rimini. Il 19 settembre 2008, a Bologna, in occasione di DoceBO<sup>12</sup>, il progetto è presentato pubblicamente nelle sue linee generali e nelle azioni particolari previste per il primo anno.

Nell'anno scolastico 2008-09 si svolgono, a Bologna, numerosi incontri del Comitato tecnico scientifico e del Gruppo di consultazione, progressivamente allargati al Gruppo di lavoro regionale; altri incontri sono realizzati nelle sedi interessate (Piacenza, Rimini, Modena) per creare collegamenti con le realtà locali dei

---

<sup>9</sup> <http://www.cde-pc.it>.

<sup>10</sup> <http://www.centropedagogicorimini.it>.

<sup>11</sup> <http://www.mmlab.unimore.it/on-line/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna.htm>.

<sup>12</sup> <http://www.istruzioneer.it/page.asp?IDCategoria=441&IDSezione=0&ID=264365>.

singoli territori. Negli incontri si definiscono gli allestimenti delle due aule decentrate (Piacenza e Rimini), affidati all'Associazione Macchine Matematiche, le modalità di reclutamento dei docenti per la formazione e i tempi della formazione.

### *Le prime due aule didattiche decentrate*

I primi due laboratori sono allestiti dall'Associazione Macchine Matematiche tra gennaio e febbraio 2009, con una dotazione di pantografi, curvigraphi e pascaline (per i dettagli delle macchine fornite, vedi capitolo 5) e di copie del libro *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Il Gruppo di lavoro di Modena fornisce anche consulenza per altri materiali (strumentazione scientifica aggiuntiva, documentazione iconografica, ecc.). Alla fine di febbraio 2009, le due aule decentrate di Piacenza e Rimini sono funzionanti, grazie alla fattiva collaborazione del personale dei Centri.

### *La formazione*

Mentre si compie l'allestimento dei laboratori, il gruppo di lavoro di Modena (in particolare Martignone e Garuti) avvia la preparazione del materiale di formazione, rielaborando materiale già esistente sulla base dei risultati della formazione in servizio realizzata nell'anno precedente e sulla base delle ricerche svolte. Tale impegno è molto consistente, poiché la formazione degli insegnanti in questo Progetto è realizzata come attività di ricerca scientifica, tenendo conto degli indirizzi internazionali della ricerca sulla formazione degli insegnanti di matematica e delle esigenze particolari del Progetto, relativamente ai contenuti (la didattica nel laboratorio di matematica attraverso l'uso di macchine matematiche) e alla collocazione sul territorio.

Con la nomina dei formatori e la definizione precisa dei calendari si avvia la fase di formazione nei laboratori costituiti a Piacenza e a Rimini. Dopo la selezione degli insegnanti delle province di Piacenza e Rimini, nei mesi di marzo e aprile 2009 si svolgono i sei incontri di formazione previsti (a cui segue un incontro di testimonianza tenuto da insegnanti esperti), secondo un programma comune, che consente adattamenti alle realtà territoriali. Il capitolo 6 contiene la descrizione e le modalità con le quali si è svolta la formazione degli insegnanti nel Progetto MMLab-ER.

### *Sperimentazione e documentazione presso i Centri di Piacenza e Rimini*

Nel mese di maggio 2009, sono avviate le prime sperimentazioni nelle province di Piacenza e Rimini. Per coordinare le sperimentazioni l'Università seleziona alcuni tutor, con cui stipula contratti di collaborazione. I tutor sono scelti di norma fra i corsisti e collegati al Centro di documentazione in modo da costituire un piccolo nucleo aggiuntivo di risorse umane, che possa garantire continuità per il futu-

ro. Parte delle sperimentazioni sono rinviate all'anno successivo, data l'imminente conclusione dell'anno scolastico.

### **Dal primo al secondo anno (2009-10)**

#### *L'estensione alle province di Modena, Bologna e Ravenna*

All'inizio dell'anno scolastico 2009-10 l'attività è estesa alle province di Modena, Bologna e Ravenna. A Modena, come sede è stato scelto il Laboratorio delle Macchine Matematiche, presso il Dipartimento di Matematica dell'Università, in collaborazione con il *Centro di Documentazione MEMO*<sup>13</sup>, a partire da novembre 2009. Altre due sedi sono allestite, per la provincia di Bologna, presso la scuola media statale "G. Guinizelli" (con il coordinamento del *Centro Minguzzi*<sup>14</sup>) e per la provincia di Ravenna, presso la Palestra della Scienza di Faenza<sup>15</sup> (con il coordinamento del *Centro Servizi e Consulenza alle autonomie scolastiche CSC-Ravenna*<sup>16</sup> di Lugo). Nelle tre sedi, la promozione del Progetto e del laboratorio avviene con modalità diverse. Il Centro Minguzzi inaugura il laboratorio di Bologna in un evento a fine novembre. La Palestra della Scienza presenta il Progetto e i primi risultati della formazione nel mese di marzo in occasione della mostra *La Bottega Matematica*, nell'ambito della quale viene organizzata una tavola rotonda sul tema del laboratorio di matematica. Sempre nel mese di marzo, l'Ufficio Scolastico Provinciale di Modena organizza un seminario sul tema *Matematica e scienze nella provincia di Modena* per illustrare alle scuole i primi risultati del Progetto.

#### *La piattaforma*

Maschietto progetta e attiva una piattaforma Moodle per le sedi di Modena e di Bologna, in via sperimentale. La piattaforma (presentata nel capitolo 7) si presenta come un dispositivo di accompagnamento e sostegno durante la formazione e la sperimentazione. Essa costituisce uno spazio di lavoro tra formatori, tutor e insegnanti che partecipano al Progetto. Sulla piattaforma si realizza gran parte del lavoro dei tutor nella fase di sperimentazione. Oltre a essere un utile strumento nel processo di formazione, sperimentazione, documentazione, la piattaforma rappresenta anche uno strumento di ricerca poiché con la sua 'memoria' consente di ri-

<sup>13</sup> <http://istruzione.comune.modena.it/memo/>.

<sup>14</sup> <http://www.minguzzi.provincia.bologna.it/Engine/RAServePG.php>.

<sup>15</sup> <http://palestradellascienzafaenza.racine.ra.it/>.

<sup>16</sup> <http://www.innovazioneonline.it/>.

costruire a posteriori il processo di scambio e condivisione del materiale sul laboratorio di matematica e sulle macchine matematiche.

### *Il rilancio a Piacenza e Rimini*

I Centri di Piacenza e Rimini rilanciano l'attività, avviando alcune iniziative pubbliche e momenti di incontro a partire da settembre 2009. In varie iniziative si avviano scambi di esperienze tra le diverse sedi, con inviti incrociati di formatori e insegnanti esperti. Nel corso dell'anno, proseguono le sperimentazioni coordinate dai Centri di Piacenza e Rimini, con il supporto dei tutor. Alla chiusura dell'anno scolastico 2009-10, ciascuna sede inserisce un'esperienza didattica sul sito Gold<sup>17</sup>.

### *Formazione, sperimentazione e documentazione nelle sedi del secondo anno*

Dopo la formazione, anche le nuove sedi (Modena, Bologna, Ravenna) avviano numerose sperimentazioni (febbraio/maggio 2010).

Tutte le sedi raccolgono documentazioni ricche e variate comprendenti: progetti delle sperimentazioni svolte; diari di bordo; foto delle attività (in classe e nei laboratori); video che documentano le sperimentazioni o che raccontano l'esperienza del Progetto; schede consegnate agli studenti; prove di verifica relative alle diverse attività svolte con le macchine matematiche; protocolli di studenti (schede compilate, relazioni, questionari di gradimento...); presentazioni PowerPoint prodotte da insegnanti e studenti sulle loro esperienze; relazioni finali conclusive degli insegnanti; relazioni finali degli insegnanti destinate al libro. Nelle sedi di Modena e Bologna la maggior parte del materiale è condivisa sulla piattaforma.

## **Risultati del Progetto**

### *Le aule decentrate*

Al Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena si sono aggiunte quattro aule didattiche decentrate, presso il CDE di Piacenza, il Centro pedagogico di Rimini, il Centro Minguzzi di Bologna e la Palestra della scienza di Faenza (Ravenna), che opera in coordinamento con il CSC-Ravenna di Lugo. Le aule sono collocate in locali di medie dimensioni che consentono attività laboratoriali a gruppi di 25-30 partecipanti (studenti o insegnanti in corsi di formazione).

Gli arredi, forniti dai Centri, sono molto semplici: armadi o scaffalature per ospitare le macchine matematiche in dotazione, tavoli e sedie per l'attività; una po-

---

<sup>17</sup> Il sito ufficiale, promosso da MIUR e ANSAS ex-INDIRE per la documentazione delle esperienze didattiche italiane: <http://gold.indire.it/gold2/>.

stazione computer per l'utilizzo di simulazioni o la connessione in rete. Le macchine matematiche sono utilizzate nelle sedi o sono prestate alle scuole per attività in classe. Le aule sono utilizzate anche come luoghi di incontro e di confronto sul tema del laboratorio di matematica.

Grazie alla formazione, le varie aule non sono solo locali attrezzati, ma sono soprattutto luoghi ricchi di risorse umane, gli insegnanti e i tutor. In quest'ottica, i Centri, con il nucleo di docenti radicati sul territorio, garantiscono il collegamento tra quanto avviato e le altre risorse e la continuità del Progetto nel tempo.

### *La rete regionale*

Il Progetto ha consentito la costituzione di una rete regionale di un centinaio di membri comprendente ricercatori dell'Università, formatori, tutor, insegnanti. In particolare i tutor e gli insegnanti costituiscono un primo nucleo di docenti collegato al territorio per la continuazione 'autonoma' del Progetto. La rete che ha realizzato il Progetto dal punto di vista scientifico e didattico è rappresentata in figura 2.

### *Le sperimentazioni: insegnanti e studenti*

Dai dati raccolti e dettagliati nel capitolo 8 di questo volume sul numero degli insegnanti coinvolti e delle sperimentazioni svolte nei due anni del progetto, emerge che sono state realizzate circa ottanta sperimentazioni di *medio-lungo termine* a cui hanno preso parte quasi duemila studenti.

Quasi la metà delle sperimentazioni riguarda la *scuola secondaria di primo grado*, fin dall'inizio considerata dal Comitato tecnico scientifico snodo cruciale nel Progetto, in un'ottica di continuità verticale. Cinque sperimentazioni riguardano la *scuola primaria*. Le rimanenti, riguardanti la *scuola secondaria di secondo grado*, mostrano una vasta copertura di tutte le tipologie di istituti.

Come si vede negli esempi delle sperimentazioni che riportiamo in questo volume (vedi capitolo 8) gli obiettivi della formazione degli insegnanti sono stati ampiamente raggiunti: attenzione e sperimentazione sulla didattica laboratoriale con le macchine matematiche.

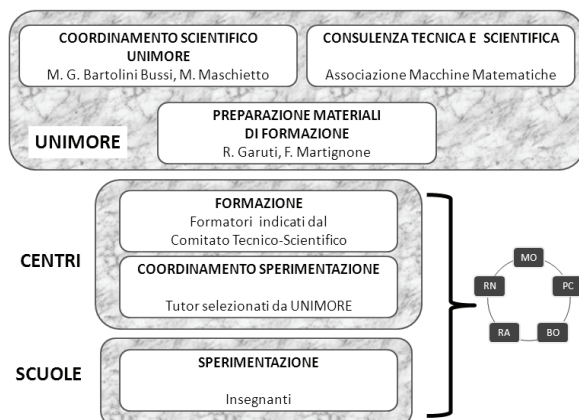


Figura 2 - La rete scientifico-didattica del Progetto regionale

### *Le difficoltà*

È importante sottolineare alcune difficoltà, in vista di un eventuale e auspicabile proseguimento che consenta la copertura delle province rimanenti (Ferrara, Forlì-Cesena, Parma e Reggio Emilia). La partenza tardiva del Progetto nel primo anno (2008-09) ha reso di fatto impossibile realizzare l'apertura dei laboratori e la formazione nei primi mesi dell'anno scolastico, come auspicato dal Comitato tecnico scientifico. Anche le procedure di reclutamento degli insegnanti da formare sono state lente e faticose, per la difficoltà di far giungere l'informazione agli insegnanti, attraverso la dirigenza scolastica.

Nonostante queste difficoltà organizzative c'è stata sempre un'ottima tenuta dei Centri di Documentazione, che hanno non solo curato la realizzazione del programma concordato ma promosso anche iniziative aggiuntive di cui sarà dato conto nel capitolo 8 di questo volume.

### *In sintesi*

A tre anni di distanza dalla proposta del Progetto, i risultati sono molto positivi. Il numero delle sperimentazioni realizzate e documentate con cura e rigore è risultato così alto da rendere difficile la selezione per questo rapporto finale di solo alcune sperimentazioni rappresentanti ordini di scuola, indirizzi e contenuti diversi, poiché molte altre avrebbero meritato la diffusione. Per rendere conto dell'importante lavoro collettivo condotto nel Progetto, il Gruppo di lavoro di Modena

intende pubblicare tutto il materiale di documentazione sul proprio sito<sup>18</sup> e su supporto digitale. Accanto alle sperimentazioni documentate secondo il formato concordato per il rapporto finale, sono stati raccolti materiali (di cui si è detto in precedenza) comprendenti parecchi filmati che descrivono lo sviluppo del progetto nelle diverse province, utilizzabili anche per la sua presentazione in altre realtà. Nelle province coinvolte (e in altre della regione) sono fiorite anche altre iniziative sulla didattica laboratoriale con le macchine matematiche che hanno coinvolto varie migliaia di studenti. Di queste iniziative collegate si darà conto brevemente nel capitolo conclusivo (vedi capitolo 10), per dare un'immagine complessiva delle ricadute del progetto sul territorio regionale.

Nello spirito della diffusione della ricerca scientifica il gruppo di lavoro di Modena ha promosso e promuoverà la conoscenza dei risultati del progetto, con la presenza a convegni e pubblicazioni agli atti.

I risultati raggiunti hanno già sollevato l'interesse di istituzioni operanti in altre regioni (per es., Piemonte, Lombardia, Trentino) che hanno contattato il gruppo di lavoro di Modena per una possibile replica del progetto. Questo rapporto, che sarà segnalato alle istituzioni interessate, si propone di sottolineare le caratteristiche del progetto, difficilmente replicabile senza il coinvolgimento di attori istituzionali e di una rete consolidata di Centri di documentazione.

Nel seguito del volume (Azione 1) saranno illustrati, nell'ordine, la storia del Laboratorio di Modena che si intreccia con la storia dell'Associazione Macchine Matematiche; il quadro teorico di riferimento; le macchine collocate nei laboratori decentrati; le modalità di formazione degli insegnanti e le linee guida dei percorsi didattici; alcune particolari risorse per gli insegnanti. A questo punto la parola passa dall'Università ai protagonisti dell'innovazione, i Centri, i tutor, gli insegnanti, a cui è dedicata la maggior parte di questo rapporto perché nelle loro testimonianze sta la valutazione più significativa dell'efficacia di questo progetto. Segue una breve conclusione riguardante le sue ricadute più generali sul territorio regionale.

---

<sup>18</sup> [www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it).



### IL LABORATORIO DELLE MACCHINE MATEMATICHE DI MODENA

---

*Michela Maschietto*

*Università di Modena e Reggio Emilia*

#### **Introduzione**

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche (di seguito anche abbreviato in MMLab<sup>19</sup>) nasce nel Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia nel 2002 a partire dal Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica afferente allo stesso Dipartimento e coordinato dalla prof. Maria G. Bartolini Bussi. All'iniziale sede presso il Dipartimento di Matematica (in via Campi, a Modena), si è recentemente aggiunta una seconda sede (in via Tito Livio, sempre a Modena).



*Figura 1 - Il Laboratorio delle Macchine Matematiche, sede di via Campi*

Il Laboratorio contiene una collezione di strumenti per la geometria, chiamati appunto macchine matematiche. Si occupa di ricerca in didattica e anche di divulgazione della matematica mediante l'allestimento di mostre di macchine matematiche, in Italia e all'estero.

---

<sup>19</sup> <http://www.mmlab.unimore.it>.

Nella sede di via Campi è allestita un'aula per accogliere classi di studenti per lo svolgimento di sessioni di laboratorio di matematica. La sede di via Tito Livio ospita la falegnameria per la produzione e la manutenzione delle macchine matematiche (gestita dall'Associazione Macchine Matematiche, che sarà presentata in seguito) e offre una zona espositiva permanente sulla prospettiva.

Si presentano qui alcune attività del MMLab e alcuni momenti della sua storia.

### **La ricerca in didattica della matematica**

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche è essenzialmente un laboratorio di ricerca in didattica della matematica, riconosciuto come tale non solo in Italia ma anche all'estero. La sua attività si è focalizzata sullo studio dei processi di apprendimento e insegnamento della matematica con l'uso di artefatti (per maggiori dettagli, vedi capitolo 4). Il libro *Macchine matematiche dalla storia alla scuola* (Bartolini Bussi, Maschietto) rende conto del lavoro che è stato condotto negli anni. La tematica di ricerca è stata anche oggetto di progetti di ricerca nazionali in diversi anni, che hanno coinvolto altri ricercatori italiani. Il gruppo di ricerca ha negli anni collaborato con numerosi insegnanti di ogni ordine e grado, con i quali sono state condotte sperimentazioni didattiche, ma anche con ricercatori italiani di altre sedi e con ricercatori stranieri<sup>20</sup>.

### **Le sessioni di laboratorio per le classi nel MMLab**

Il Laboratorio, nella sede di via Campi, è aperto alle classi durante tutto l'anno scolastico come aula didattica decentrata. Esso propone attività di tipo laboratoriale su due temi: trasformazioni geometriche e sezioni coniche. Un terzo tema, sulla prospettiva, sarà presto disponibile nella sede del Laboratorio di via Tito Livio, in collaborazione con l'Associazione Macchine Matematiche.

Il tema delle sezioni coniche si rivolge soprattutto agli allievi della scuola secondaria di secondo grado, mentre quello delle trasformazioni geometriche può essere seguito anche da allievi della scuola secondaria di primo grado (con opportuni adattamenti). Ogni sessione di laboratorio, per la scuola secondaria di secondo grado, prevede tre fasi: introduzione al tema della sessione, lavoro di gruppo sulle macchine matematiche, presentazione del lavoro svolto da parte di ogni gruppo. Per la scuola secondaria di primo grado si propone soprattutto la seconda fase.

---

<sup>20</sup> Sul sito del MMLab ([www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it)) sono presenti le maggiori pubblicazioni scientifiche.

Il formato attuale della sessione proposta alle classi concilia diverse intenzioni ed esigenze. La prima fase risponde soprattutto all'intenzione di offrire una sessione di laboratorio in cui siano presenti riferimenti storici, che permettano così di situare nella storia della matematica i concetti che saranno presentati in seguito e di vedere alcuni elementi del loro sviluppo. Inoltre, vi si trovano quegli aspetti di geometria dello spazio che in un approccio scolastico, diciamo tradizionale, delle coniche e delle trasformazioni sono spesso solo evocati e, quindi, lasciati nella sfera degli esperimenti mentali degli allievi. La seconda fase della sessione corrisponde a un vero lavoro sulle macchine matematiche; un lavoro, cioè, di manipolazione, di esplorazione e di formulazione di congetture. Questo momento è strutturato nella forma di lavoro di gruppo su una specifica macchina. Le macchine matematiche date agli allievi sono essenzialmente macchine 'bidimensionali', cioè lavorano sul piano (come quelle utilizzate nel progetto regionale). La separazione tra spazio e piano tra la prima e seconda fase è legata al fatto che i modelli tridimensionali sono utilizzati maggiormente per illustrare elementi teorici, mentre quelli bidimensionali permettono effettivamente di disegnare curve o realizzare trasformazioni. Dato che le macchine date ai gruppi sono diverse l'una dall'altra, si rende necessaria una terza fase di condivisione del lavoro, in cui l'insegnante ha la possibilità di vedere quanto svolto, per un successivo reinvestimento e approfondimento.

La durata di una sessione di laboratorio varia da un'ora e mezza a due ore.

### *Prima fase*

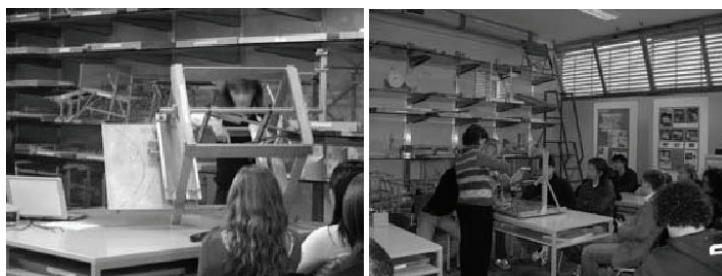
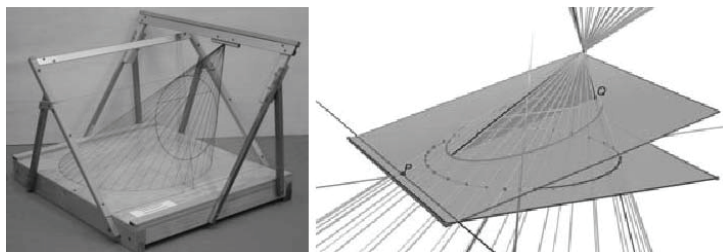


Figura 2 - Presentazione della macchina per le lenti iperboliche (a sinistra) e del compasso perfetto (destra)

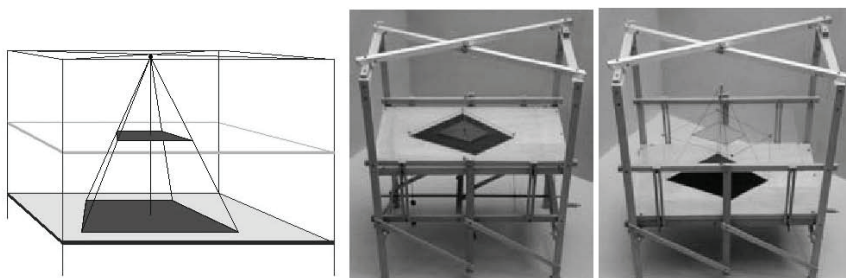
La prima parte introduttiva al tema (Fig. 2) è presentata dal personale del Laboratorio, utilizzando i modelli presenti in esso e le animazioni, interattive e non, di tali modelli (realizzate con Cabri II Plus, Cabri 3D, Cinema4D).

Nel percorso sulle coniche si introducono alcuni elementi del loro sviluppo storico, a partire da Menecmo e da Apollonio presentando modelli di coni realizzati mediante fili tesi intersecanti piani in plexiglas (Fig. 3). Si considerano poi anche strumenti ricostruzioni di oggetti storici come il compasso perfetto e la macchina per le lenti iperboliche di Descartes (Fig. 2).



*Figura 3 - Cono di Apollonio (ellisse): modello a fili e animazione Cabri 3D*

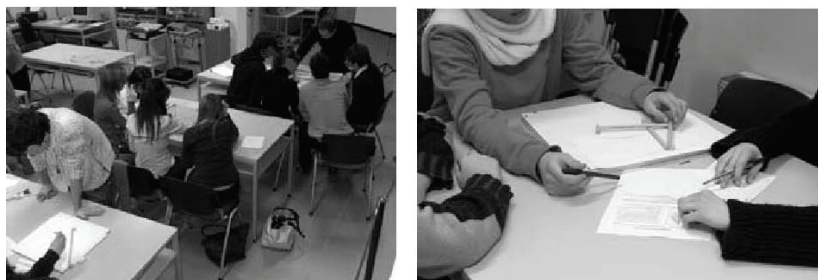
Nel percorso sulle trasformazioni, si parte dalle genesi tridimensionali dell'omotetia (Fig. 4), della traslazione e dello stiramento, in cui si porta l'attenzione sul passaggio della corrispondenza tra due piani distinti a quella tra due piani coincidenti (foto a destra in Fig. 4), per approdare alla presentazione di un esempio di pantografo, che permette di precisare alcuni termini presenti nelle schede per il lavoro di gruppo (puntatore, tracciatore...).



*Figura 4 - Genesi tridimensionale dell'omotetia: animazione CabriIIPlus e modello*

### *Seconda fase*

Nella seconda fase (Fig. 5), a ogni gruppo di allievi viene fornita una macchina matematica e una scheda<sup>21</sup> per l'esplorazione della macchina stessa. Le domande della scheda portano l'attenzione prima alla struttura dello strumento, poi alle relazioni tra le varie componenti e in ultimo a ciò che esso realizza.



*Figura 5 - Lavoro di gruppo*

Nel caso dei tracciatori di coniche (conicografi), agli allievi si chiede prima di enunciare la proprietà della curva descritta dal punto tracciatore, poi di determinarne l'equazione suggerendo la scelta degli assi coordinati, in ultimo di individuare alcune eventuali altre proprietà della conica. Sono soprattutto distribuiti gli strumenti a filo (ellisse, parabola e iperbole), l'ellissografo e l'iperbolografo ad antiparallelogramma, il parabolografo di Cavalieri.

Nel caso dei pantografi (per le trasformazioni geometriche), alcune domande chiedono in un primo tempo di dare una definizione della trasformazione realizzata (localmente) dalla macchina e di esplicitare alcune proprietà della trasformazione, poi di determinare la forma delle regioni piane messe in corrispondenza dalla macchina, e alla fine di scrivere le equazioni della trasformazione. I pantografi su cui si lavora sono quelli per le isometrie, per l'omotetia e per lo stiramento.

La determinazione di ciò che una macchina matematica realizza avviene per approfondimenti successivi. Durante il lavoro, l'insegnante della classe e i responsabili delle visite al laboratorio seguono i gruppi, sostenendo quegli allievi che mostrano maggiori difficoltà al fine di far loro affrontare la maggior parte delle questioni della scheda. In questo tipo di attività, gli allievi riescono a mobilitare e reinvestire le conoscenze possedute.

---

<sup>21</sup> Esse sono disponibili sul sito del MMLab. Le schede utilizzate nella formazione in presenza del Progetto sono rielaborazioni di queste.

### *Terza fase*

Nella terza fase, ogni gruppo presenta ai compagni la macchina matematica su cui ha lavorato (Fig. 6). Questa fase permette agli allievi di vedere le macchine che sono state esplorate dai compagni e all'insegnante di avere un quadro complessivo del lavoro dei gruppi. Dalle osservazioni delle varie sessioni emerge che questa terza fase è piuttosto delicata. A differenza del lavoro di gruppo della seconda fase, la richiesta di presentazione incontra spesso resistenza da parte degli allievi, forse riconducibile in parte a fattori emotivi, in parte a una scarsa abitudine a esporre e argomentare le attività matematiche.



*Figura 6 - Presentazione del lavoro di gruppo*

Il Laboratorio è aperto alle classi dall'anno scolastico 2004-05 e registra un numero sempre maggiore di richieste. Nell'anno scolastico 2009-10 ha accolto quasi mille studenti, con un solo giorno di apertura settimanale.

### **Le macchine matematiche oltre il Laboratorio e la scuola**

Le macchine matematiche sono adatte a essere esposte al pubblico, nell'ottica di contribuire alla diffusione della cultura scientifica. Numerose mostre sono state organizzate nel corso degli anni, non solo in Italia ma anche all'estero, con lo scopo di divulgare un modo di 'far matematica' complementare rispetto a quello tradizionalmente offerto nella scuola. Tuttavia, esse si sono rivolte e si rivolgono non solo alle scuole, ma anche al grande pubblico, nella consapevolezza che l'innovazione didattica richiede modifiche nell'immagine pubblica della matematica, per ciò che riguarda aspetti affettivi e culturali. L'attenzione agli aspetti affettivi si manifesta nella ricerca di modi per costruire un atteggiamento positivo verso la matematica. L'attenzione agli aspetti culturali si manifesta nella ricerca di modi di presentare la matematica come parte della cultura umana, in stretta connessione con

Parte, la tecnologia e la vita di tutti i giorni (Bartolini Bussi, Maschietto, 2006). L'importanza di questo tipo di attività è stata sottolineata nello studio *ICMI N. 16 Challenging Mathematics in and beyond the Classroom* (Barbeau, Taylor, 2009).

L'attività espositiva ha avuto inizio nel 1992 con la mostra *Macchine matematiche e altri oggetti*, allestita nel Palazzo comunale di Modena. Questa mostra ha reso evidente l'interesse didattico della collezione di macchine. Un'esposizione di lunga durata è stata organizzata al Museo dell'automobile di Torino (*Dal compasso al computer*, 1996).

Nel 1998 è stata allestita la mostra *Theatrum Machinarum* presso il Foro Boario di Modena, in collaborazione con gli insegnanti che avevano realizzato le macchine matematiche. Questa mostra divenne itinerante ed ebbe allestimenti a Cesenatico (in occasione della Finale nazionale delle Olimpiadi, nel 2000, anno della Matematica), a Cesena (2002) e a Treviso, con il titolo *Le Matematiche* (2002). Nel 2003 si preparò una mostra itinerante, *Geometria a tu per tu*<sup>22</sup>, destinata a circolare nelle scuole, attraverso una convenzione con l'Ufficio scolastico regionale per l'Emilia-Romagna<sup>23</sup>. Questa mostra è stata invitata al secondo Festival della scienza di Genova (2004).

Nel 2002 è stata allestita per la prima volta la mostra sulla prospettiva *Perspectiva Artificialis* a Firenze (Limonaia di Villa Strozzi), su invito del Giardino di Archimede. È stata poi replicata a Modena nel 2003, e più recentemente, nel 2008 a Cremona e nel 2009, al Festival della Matematica di Roma (Auditorium Parco della Musica).

Nell'autunno del 2004, una mostra ridotta (*Apparenza e realtà*) è stata preparata in occasione del Mese della Scienza per ragazzi a Modena. Questa mostra è stata esposta, per conto dell'UMI, alla finale nazionale delle Olimpiadi di Matematica (Cesenatico, 2005) ed è stata invitata al terzo Festival della Scienza di Genova (2005) e a Bergamoscienza (2005) insieme a *Geometria a tu per tu*.

Le mostre *Theatrum Machinarum* e *Perspectiva Artificialis* erano corredate da cataloghi digitali, disponibili sul sito del Laboratorio. Il catalogo multimediale della seconda mostra e un demo con numerose animazioni sono stati tra i sei finalisti del "Pirelli INTERNETional Award, generazione Alice" (2004). Sempre sulla mostra *Perspectiva Artificialis*, si è recentemente pubblicato il catalogo digitale<sup>24</sup> dell'allestimento di Cremona, contenente anche la testimonianza dei laboratori realizzati e condotti dagli studenti del liceo scientifico "Aselli" che hanno affiancato la mostra.

<sup>22</sup> Catalogo in rete: <http://www.mmlab.unimore.it>.

<sup>23</sup> <http://www.matematicainsieme.it>.

<sup>24</sup> La pubblicazione on-line del catalogo sul sito [www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it) è prevista a breve.

Sul tema della divulgazione scientifica, il Laboratorio (anche quando formalmente non ancora nato, ma esistente come Nucleo di Ricerca didattica del Dipartimento) ha partecipato a diversi progetti, anche a livello europeo. Uno di questi è il progetto *Maths Alive: Mathematics in everyday life*, coordinato da Albrecht Beuthelspacher (Giessen, Germania) e finanziato dalla Commissione Europea, nell'ambito del Quinto Programma Quadro (1999-2002). Si trattava di una rete tematica che comprendeva diversi matematici che si stavano interessando alla divulgazione matematica: gli autori della mostra *Oltre il compasso* (Franco Conti ed Enrico Giusti), il gruppo milanese coordinato da Maria Dedò (*Simmetria e giochi di specchi*), il gruppo portoghese *Atractor*, coordinato da Manuel Arala Chaves.

Nel 2004, il Laboratorio ha allestito lo stand Macchine Matematiche all'interno del *5ème Salon de la Culture et des Jeux mathématiques*, organizzato a Paris dal Comité International de Jeux Mathématiques<sup>25</sup>. Nel 2008, è stato allestito uno stand all'Isola della Réunion, su invito dell'IREM, nell'ambito della Festa della Scienza, organizzata in occasione del semestre di presidenza francese della Comunità europea.

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche è stato presentato in varie riviste, testimoniando così l'interesse per le attività 'svolte' nel corso degli anni:

La Rousserie D., *Voir les Maths pour comprendre*, in "Science et Avenir", marzo 2005, pp. 80-85.

Ayres A., *Le Macchine Matematiche at the Laboratory of Mathematical Machines in Modena*, in "Bulletin of the British society for the History of Mathematics", autunno 2005.

Palonca M., *Le Matematiche*, in "Quark", ottobre 2005 (n. 57), pp. 72-76.

Amorese B., Jacchetti E., Papi S., *Costruire la prospettiva a Modena*, in "XlaTangente", maggio 2007 (n. 3), pp. 55-56.

Palonca M., *Se la geometria diventa concreta: le matematiche*, in "Geo", febbraio 2009 (n. 38), pp. 62-68.

---

<sup>25</sup> <http://www.cijm.org/>



## Capitolo 3

---

### L'ASSOCIAZIONE MACCHINE MATEMATICHE

---

*Marcello Pergola, Carla Zanoli*

*Associazione Macchine Matematiche*

Il gruppo di lavoro che oggi dà vita all'Associazione Macchine Matematiche si è formato nel corso dell'attività svolta, all'inizio degli anni '80, da alcuni insegnanti del liceo scientifico "A. Tassoni" di Modena, parzialmente insoddisfatti dei risultati ottenuti con i metodi didattici fino a quegli anni seguiti. Ci si era resi conto che non veniva dedicata sufficiente attenzione all'evoluzione storica dei concetti e delle teorie, correndo il rischio di trasmettere agli studenti un'immagine inadeguata della matematica, che poteva apparire come insieme di verità indipendenti dal tempo, dai mutamenti economico-sociali. Inoltre, era molto basso il livello di partecipazione degli studenti alla scoperta e alla discussione delle proprietà e regole che poi dovevano utilizzare, anche perché mancava (o aveva ruolo marginale) la manipolazione di strumenti e l'impiego di materiali audiovisivi, con cui invece era possibile favorire l'apprendimento di alcuni concetti fondamentali, sottolineare l'importanza che il movimento e la trasformazione degli oggetti hanno in matematica: mostrare cioè lo sfondo operativo delle astrazioni.

Per modificare questo stato di cose, ci si mise in contatto col Nucleo di ricerca in Storia e didattica della Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia, coordinato in un primo tempo da P. Quattrocchi e in seguito da M.G. Bartolini Bussi, avviando una raccolta di fonti storiche relative ai principali temi previsti dal piano di studio (concetto di funzione, calcolo infinitesimale, trasformazioni geometriche, teoria delle coniche, calcolo delle probabilità, teoria degli insiemi) e la progettazione di materiali didattici.

Con i contributi finanziari ottenuti dal liceo scientifico "A. Tassoni", dal Comune di Modena (fondi per il diritto allo studio), dal CNR, dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena, si è poi riusciti ad allestire nei locali del liceo un'aula attrezzata (non più banchi individuali, ma tavoli attorno ai quali disporre gruppi di lavoro) e una piccola officina dove (a partire dal 1983) sono stati costruiti i primi modelli fisici (iniziando da quelli dedicati allo studio della geometria); con

L'assistenza del Centro di calcolo dell'Università si è infine curata la produzione di materiali audiovisivi sui fasci di coniche e le trasformazioni geometriche.

Nell'aula attrezzata veniva svolta una parte delle lezioni previste dall'orario curricolare: i modelli fisici erano disposti sui tavoli affinché gli studenti, divisi in gruppi di lavoro, potessero manipolarli e analizzarli (con l'aiuto di qualche scheda-guida), allo scopo di formulare congetture sulle loro proprietà e trasformarle in dimostrazioni. I contenuti matematici venivano così ricavati come invarianti osservando le diverse configurazioni assunte da oggetti concreti. Inoltre, poiché tutti i modelli fisici realizzavano progetti o idee di matematici (dalla Grecia classica fino all'epoca moderna), essi fornivano l'occasione per accedere alla lettura diretta di fonti storiche, per aprire un discorso sulla storia della matematica.

Gli audiovisivi sui fasci di coniche consentirono di svelare una sorprendente realtà di curve in movimento nascosta dalle tecniche con cui si discutevano i problemi di secondo grado. Lo studio della prospettiva e delle ombre permise di introdurre in modo nuovo e particolarmente efficace alcune trasformazioni geometriche.

Così la ricerca è proseguita con entusiasmo: la collezione di strumenti (sistemi articolati, biellismi, modelli fisici tridimensionali, ecc.) si è progressivamente ampliata, e l'attività del gruppo è stata illustrata in numerosi convegni, conferenze e pubblicazioni. Nel 1992 si è deciso di superare i confini della scuola, con l'allestimento di una mostra pubblica dal titolo "Macchine matematiche e altri oggetti" nei locali del palazzo comunale di Modena. La partecipazione a iniziative per la diffusione della cultura matematica è poi proseguita, con numerose altre mostre, negli anni successivi.

A partire dal 1997 la collezione delle macchine matematiche (che si è estesa fino a contenere circa 200 modelli) e l'officina per costruirle sono ospitate presso l'Università di Modena.

Il 9 maggio 2003 si è costituita l'Associazione Macchine Matematiche, con sede a Modena (presso MEMO, viale J. Barozzi 172)<sup>26</sup>.

L'Associazione collabora (nei termini previsti dalla convenzione stipulata con l'Università il 26 luglio 2007) con il Laboratorio delle Macchine Matematiche dell'Università di Modena e Reggio Emilia, laboratorio che ha due sedi (entrambe a Modena): la prima presso il Dipartimento di Matematica in via Campi (aula attrezza-

---

<sup>26</sup> Nel sito dell'Associazione ([www.macchinematematiche.org](http://www.macchinematematiche.org)) si trovano: l'elenco delle pubblicazioni, delle mostre allestite e i loro cataloghi; le descrizioni e le animazioni di parecchie macchine matematiche; le fonti storiche.

ta per attività indirizzate a scolaresche e centro per la ricerca didattica); la seconda in via Tito Livio 1 (officina per la produzione delle macchine e spazio espositivo).

L'Associazione costruisce per l'Università i modelli fisici conservati presso il Laboratorio delle Macchine Matematiche (sia quelli destinati all'attività didattica, sia quelli destinati a mostre pubbliche) e ne cura la manutenzione. Partecipa anche alla stesura delle schede che illustrano i modelli, all'elaborazione dei percorsi didattici, all'allestimento di mostre tematiche. Tra gli obiettivi dell'Associazione ci sono anche la formazione dei docenti e la diffusione della cultura matematico-scientifica: perciò è stata avviata (nell'anno in corso) la pubblicazione di fascicoli che si propongono di fornire agli insegnanti fonti e informazioni storiche utili alla loro attività<sup>27</sup>.

Alla luce delle esperienze svolte (anche durante l'attuazione del Progetto regionale) l'Associazione è ora convinta che sia importante allargare il campo della sperimentazione provando a inserire la progettazione e la costruzione di modelli fisici tra le attività didattiche: in modo che le macchine matematiche non siano soltanto strutture o meccanismi da osservare, ma da inventare, rielaborare, rifare, perfezionare di continuo, riconsiderando sempre di nuovo situazioni e concetti in un'attività nella quale aspetti ludici, euristici, conoscitivi ed estetici si intrecciano saldamente.

La fase di progettazione è ricca di spunti didattici. Si è costretti a un'attenta analisi del contesto teorico in cui il modello viene inserito; alcuni meccanismi mostrano configurazioni prima non sospettate; piccole modificazioni creano oggetti del tutto diversi; le scoperte cui frequentemente si perviene sono assai stimolanti perché non apprese da altri o lette, bensì realizzate in piena autonomia; l'uso del calcolatore (spesso indispensabile) nasce da esigenze reali, non appare artificioso o imposto dall'esterno.

La fase costruttiva mette a confronto le abilità manuali necessarie con il 'privilegio' dell'intelletto: è un'esperienza importante, soprattutto in quelle scuole in cui mai si lavora con le mani. Nel laboratorio di matematica il materiale povero e il vecchio banco da lavoro della bottega artigiana si affiancano (per scelta) alla tecnologia ricca e sofisticata del calcolatore.

---

<sup>27</sup> Tutti questi materiali insieme alle animazioni di tutte le macchine matematiche sono a disposizione sul sito [www.macchinematematiche.org](http://www.macchinematematiche.org).

---

### QUADRO DI RIFERIMENTO

Maria Giuseppina Bartolini Bussi

Università di Modena e Reggio Emilia - ICMI (International Commission on Mathematical Instruction)

---

#### Introduzione

Il Laboratorio di Matematica è stato oggetto di un'approfondita riflessione da parte della commissione dell'Unione Matematica Italiana che ha preparato i curricula di matematica (noti come la *Matematica per il Cittadino* e articolati nei volumi *Matematica 2001*, *Matematica 2003* e *Matematica 2004*)<sup>28</sup>. Da tali curricula hanno tratto ispirazione diversi documenti ministeriali che si sono succeduti nel corso degli anni (vedi ad esempio le *Indicazioni per il curriculum per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione*, 2007)<sup>29</sup>. Nei volumi citati sono stati valorizzati i contributi prodotti dai Nuclei di ricerca in Didattica della Matematica, operanti presso le Università in collaborazione con gruppi di insegnanti-ricercatori. Una sezione di *Matematica 2003*, su cui torneremo più avanti, è dedicata al Laboratorio di Matematica.

Gli strumenti hanno avuto spazio all'interno della matematica fin dall'antichità. La geometria di Euclide è la geometria della riga e del compasso; altri tracciatori di curve sono stati studiati fin dall'antichità come strumenti di soluzione di problemi e sono ripresi nel '600 come elementi essenziali dei nuovi metodi (si pensi all'appendice sulla Geometria del Discorso sul Metodo di Descartes). Anche nel caso dell'aritmetica, gli strumenti da calcolo (ad es. gli abaci, le calcolatrici meccaniche) hanno avuto nella storia una funzione importante per sviluppare e consolidare la notazione posizionale in base dieci, da un lato, e per chiarire la differenza tra gli aspetti semantici (ad es. il numero per quantificare una collezione di oggetti o per misurare una grandezza) e gli aspetti sintattici (ad es. le regole di calcolo, gli algoritmi delle operazioni). A questa tradizione si sono aggiunti, in anni più recenti, gli studi cognitivi, che hanno mostrato l'importanza della manipolazione diretta nella costruzione dei processi di pensiero caratteristici della matematica. La necessità di studiare i punti di forza e i punti di debolezza dell'introduzione delle TIC (Tecnologie dell'infor-

---

<sup>28</sup> I documenti citati sono scaricabili dal sito: [http://umi.dm.unibo.it/area\\_download--37.html](http://umi.dm.unibo.it/area_download--37.html).

<sup>29</sup> [http://www.edscuola.it/archivio/norme/programmi/indicazioni\\_nazionali.pdf](http://www.edscuola.it/archivio/norme/programmi/indicazioni_nazionali.pdf).

mazione e della comunicazione) nella scuola ha dato nuovo impulso alle ricerche sugli aspetti sperimentali nell'insegnamento-apprendimento della matematica.

### **Il Laboratorio di Matematica in “Matematica 2003”**

Nel testo Matematica 2003 compare un lungo paragrafo sul Laboratorio di Matematica, in cui sono sottolineati aspetti metodologici generali, applicabili sia alle TIC che ad altri strumenti. Nel testo si legge, ad esempio:

Il Laboratorio di Matematica non costituisce un nucleo di contenuto né uno di processo, ma si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate certamente sull'uso di strumenti, tecnologici e non, ma principalmente finalizzate alla costruzione di significati matematici. [...]

Il Laboratorio di Matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni). L'ambiente del Laboratorio di Matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti. La costruzione di significati, nel Laboratorio di Matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività. È necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un'evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usare lo strumento; l'appropriazione del significato, inoltre, richiede anche riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte.

Gli strumenti possono essere di tipo tradizionale oppure tecnologicamente avanzati; ne citiamo, a scopo esemplificativo, alcuni.

Il lavoro con fogli trasparenti, la piegatura della carta, l'uso di spilli e di fogli quadrettati non dovrebbero essere considerate attività esclusivamente riservate ad allievi del ciclo primario; potrebbero invece costituire, per allievi del primo biennio, un significativo avvio allo studio delle isometrie, esplorate attraverso i movimenti che le determinano. Inoltre, l'uso di strumenti poveri, magari fatti costruire da gruppi di studenti, è un'attività particolarmente significativa e consona a rinforzare quell'atmosfera da bottega rinascimentale, nel senso prima detto.

Per quanto riguarda le macchine matematiche, la possibilità di manipolare fisicamente oggetti, come per esempio le macchine che generano curve, induce spesso modalità di esplorazione e di costruzione di significato degli oggetti matematici differenti ma altrettanto interessanti e, sotto certi aspetti, più ricche di quelle consentite dall'uso di software di geometria dinamica.

Dopo una rassegna delle TIC che è possibile introdurre nel Laboratorio di Matematica, il testo continua aggiungendo un ulteriore elemento della tradizione storico-culturale.

La storia della matematica, pur presentando contenuti suoi propri e possibilità di sviluppi su vari fronti (pensiamo soprattutto agli aspetti interdisciplinari con la filosofia, con l'arte e con molte altre discipline), va vista, in questo contesto, come un possibile ed efficace strumento di laboratorio (inteso nel senso largo esposto prima) adatto a motivare adeguatamente e a indicare possibili percorsi didattici per l'apprendimento di importanti contenuti matematici. [...]

La costruzione di significati è strettamente legata alla comunicazione e condivisione delle conoscenze in classe, sia attraverso i lavori in piccoli gruppi di tipo collaborativo o cooperativo, sia attraverso lo strumento metodologico della discussione matematica, opportunamente gestito dall'insegnante. Ci soffermiamo, a scopo esemplificativo per quel che riguarda la gestione delle interazioni sociali in classe, sulla discussione matematica. Un primo livello di discussione è quello che, per esempio, si sviluppa dopo la lettura del testo di un problema. Un secondo livello di discussione matematica si sviluppa al termine della soluzione (individuale o in piccoli gruppi) o, talvolta, in un momento cruciale della soluzione stessa. Tale discussione è centrata sul confronto delle soluzioni realizzate dagli alunni e si sviluppa attraverso la presentazione delle proprie soluzioni, oltre che sull'interpretazione e sulla valutazione di quelle realizzate dai compagni. Un terzo livello di discussione matematica riguarda la correttezza e la ricchezza delle soluzioni proposte, la coerenza e l'attendibilità, il livello di generalizzazione adottato. Quest'ultima fase dovrebbe condurre alla costruzione di significati che vanno oltre quelli direttamente coinvolti nella soluzione del compito, per consentire agli studenti di entrare in contatto con nuovi aspetti della cultura matematica, favorendo in particolare, un approccio, graduale ma sistematico, al pensiero teorico.

Il brano riportato mette in luce la ricchezza delle attività che caratterizzano il Laboratorio di Matematica. Proprio questa ricchezza sottolinea la professionalità necessaria perché gli insegnanti riescano a progettare, condurre, analizzare e valutare le attività del Laboratorio di Matematica.

### **La didattica laboratoriale: i punti critici**

Che cosa avviene in un Laboratorio di Matematica? Quando a un allievo o a un piccolo gruppo di allievi è data una consegna che prevede l'uso di uno o più strumenti (ad esempio una macchina matematica o un computer con un software didattico), si osserva in generale un'intensa attività di produzione di segni quali sguardi, gesti, parole, schizzi su carta, disegni o testi (anche contenenti simboli) su carta o sullo schermo del computer, ecc. I segni sono funzionali alla rappresentazione del problema per se stessi e alla comunicazione con gli altri e si riferiscono a un lessico condiviso o condivisibile ma legato alla particolare situazione ("situato"),

non sempre e non necessariamente espresso in linguaggio matematico. L'esperienza mostra che non è sufficiente fornire uno strumento a un allievo o a un gruppo di allievi, suggerendone l'uso in relazione a una certa consegna, per realizzare la costruzione di significati matematici. Infatti, lo strumento può essere usato anche solo come strumento tecnico per produrre una soluzione in modo meccanico e inconsapevole senza costruzione di significati matematici.

### *Il compasso*

Consideriamo un problema assegnato su un foglio da disegno su cui è tracciato un segmento: "Costruire con riga e compasso un triangolo equilatero con un lato assegnato". Questo problema ha una storia illustre, poiché apre il Primo Libro degli Elementi di Euclide. La costruzione è là descritta in questo modo:

*Il segmento dato è  $AB$ .*

*Tracciare il cerchio  $BCD$  con centro  $A$  e raggio  $AB$ .*

*Tracciare il cerchio  $ACE$  con centro  $B$  e raggio  $BA$ .*

*Tracciare i segmenti  $CA$  e  $CB$  dal punto  $C$  in cui i due cerchi si intersecano.*

Nella figura 1 appare a questo punto il triangolo  $ABC$  che è 'percettivamente' equilatero. Ma il testo di Euclide prosegue dimostrando la validità della costruzione sulla base di definizioni (la definizione di cerchio), di postulati (tracciare un segmento tra due punti dati; tracciare un cerchio con centro e raggio dati), di nozioni comuni (l'uguaglianza di due cose uguali a una terza, che oggi chiamiamo anche proprietà transitiva).

*Poiché  $A$  è il centro del cerchio  $CDB$ ,  $AC$  è uguale ad  $AB$ .*

*Poiché  $B$  è il centro del cerchio  $CAE$ ,  $BC$  è uguale a  $BA$ .*

*Dunque  $CA$  e  $CB$  sono uguali ad  $AB$ .*

*Per la proprietà transitiva,  $CA$  è uguale a  $CB$ .*

*Dunque  $CA$ ,  $AB$ ,  $BC$  sono uguali tra loro e il triangolo  $ABC$  è equilatero. CVD.*

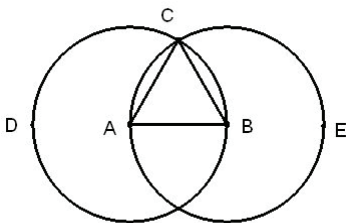


Figura 1 - Costruzione di Euclide

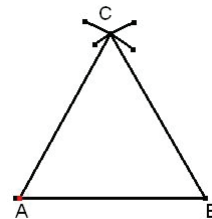
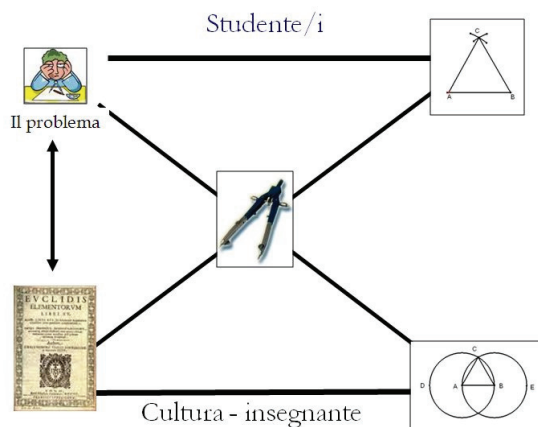


Figura 2 - Una costruzione nel disegno tecnico

Questo ragionamento si appoggia sull'uso del compasso e della riga. In particolare il compasso è usato non per tracciare una forma 'rotonda' ma per trovare un punto (C) a una data distanza dai punti A e B. Si tratta così di un uso 'teorico' del compasso, che allude da un lato alla consegna contenuta nel testo del problema e dall'altro alle proprietà caratteristiche del cerchio.

Molto spesso gli studenti (e non solo in Italia) imparano meccanicamente a eseguire la costruzione seguendo le istruzioni che compaiono nei libri di disegno tecnico (Fig. 2) e tracciano due piccoli archi che consentono di individuare il punto C ma che non evocano percettivamente la loro genesi come archi di cerchio. A volte gli studenti non capiscono neppure perché l'insegnante di matematica non si accontenti di questa soluzione grafica che produce un triangolo equilatero e insista a chiedere loro di giustificare i vari passi della costruzione. Gli studenti si accontenterebbero dell'evidenza percettiva, ignorando la necessità della dimostrazione. È proprio nella necessità della dimostrazione in matematica che sta la differenza tra lo stile di pensiero della vita quotidiana e lo stile di pensiero matematico. Per questo si può verificare una frattura tra l'attività pratica degli studenti e la costruzione dei significati matematici. Può accadere che gli studenti continuino a muoversi nel mondo della pratica, della percezione e dell'azione, mentre l'insegnante si muove nel mondo della matematica come scienza di natura teorica. Sono necessarie strategie didattiche specifiche che rendano possibile (Fig. 3) la connessione, sul lato destro, tra le 'soluzioni' degli studenti e le soluzioni attese dall'insegnante.



*Figura 3 - Due soluzioni del problema*



### *L'abaco*

Un secondo esempio riguarda l'abaco. Esso evoca in modo diretto la notazione posizionale (in base dieci) dei numeri naturali, ma può essere utilizzato ripetutamente dagli allievi senza avere coscienza (almeno nel caso degli allievi più deboli) del valore posizionale delle cifre, che rimane, quindi, un significato inaccessibile. Non si sa quindi riconoscere l'uguaglianza di

*due decine e tre unità - ventitre unità - una decina e tredici unità.*

Fino alla fine della scuola primaria emergono errori ripetuti nella scrittura dei numeri sotto dettatura, quando ad esempio l'allievo scrive:

*ottocentoventiquattro - 80024*

I primi indizi di questa difficoltà emergono quando allievo legge 'dieci' invece che 'ottocentodue' sull'abaco della figura 4, senza distinguere quindi il valore della pallina nella posizione delle unità dal valore della pallina nella posizione delle centinaia. Vale la pena segnalare, a questo proposito, che la ricerca di strategie didatticamente efficaci è molto delicata e rischia, senza un attento controllo epistemologico, di creare i presupposti di ulteriori sistematici fraintendimenti. Nella maggioranza dei libri di testo e delle guide per insegnanti si introduce fin dall'inizio e si rinforza con continui richiami la 'necessità' di adottare convenzioni di colore (e non di posizione) per le palline e perfino per le penne nella scrittura delle operazioni in colonna, trasmettendo e rinforzando il messaggio che è il colore a determinare il valore della pallina o della cifra. In questo modo l'attenzione degli allievi è spostata sulla variabile 'colore' (come se fosse un cambio di monete) e non sulla variabile 'posizione' (vedi Fig. 5). Proprio il caso dell'abaco mostra che l'attività laboratoriale deve essere sostenuta dalla consapevolezza, da parte degli insegnanti, dei significati matematici da costruire e delle strategie didattiche da mettere in opera.

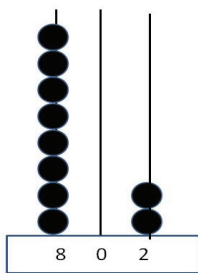


Figura 4 - Un abaco che rappresenta 802

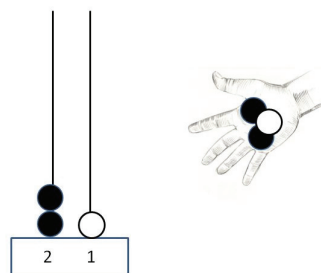


Figura 5 - Le palline nella mano rappresentano 3 o 21?

### **La didattica laboratoriale: i risultati della ricerca**

Gli studi condotti negli ultimi anni a livello internazionale sulla didattica nel Laboratorio di Matematica offrono, se opportunamente interpretati, varie indicazioni operative per gli insegnanti. Su questo tema, i ricercatori del nostro paese pubblicano apprezzati contributi a livello internazionale. In particolare a uno di questi studi, sviluppato nel contesto istituzionale italiano e collocato in una prospettiva internazionale, faremo riferimento nel seguito, per inquadrare alcune indicazioni operative, che troppo spesso circolano solo negli ambienti scientifici e non raggiungono gli insegnanti (Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A., 2008, 2009). Lo studio si pone esplicitamente nella tradizione vygotskiana.

#### *La dimensione epistemologica*

Il Laboratorio di Matematica è un luogo metaforico per la costruzione di significati matematici, attraverso il ricorso a problemi, strumenti e interazioni tra persone. Su questo tema sono stati condotti numerosi esperimenti didattici, nei quali i significati matematici sono sempre stati in primo piano<sup>30</sup>. Nei due semplici esempi già illustrati, i significati sono:

- la proprietà caratteristica del cerchio (definizione secondo Euclide) come curva i cui punti sono tutti a una distanza data da un punto dato;
- il valore posizionale delle cifre nella rappresentazione dei numeri naturali in base dieci.

La consapevolezza dei significati dà all'insegnante criteri operativi sia nella fase introduttiva che nelle fasi di rinforzo e di sviluppo; dà anche criteri per evitare l'introduzione di attività che possono generare conflitti con i significati matematici. Ad esempio, la decisione di utilizzare per mesi la convenzione del colore per le palline dell'abaco è in conflitto con il significato di valore posizionale; la decisione di accettare una soluzione puramente percettiva per la costruzione del triangolo equilatero è in conflitto con le caratteristiche teoriche del sapere matematico.

#### *La dimensione cognitiva*

L'ergonomia cognitiva è un campo di ricerca che si occupa dell'interazione tra l'uomo e le macchine in senso lato studiando i processi cognitivi coinvolti (percezione, attenzione, memoria, pensiero, linguaggio, emozioni), e suggerendo soluzioni per migliorare tali macchine. L'approccio strumentale di Rabardel<sup>31</sup> è stato

---

<sup>30</sup> Alcune pubblicazioni in italiano sono citate in Bartolini Bussi, Mariotti (2009), cit.

<sup>31</sup> Vedi Bartolini Bussi, Mariotti (2009), cit.

sviluppato nel campo dell'ergonomia cognitiva. Rabardel introduce una differenza fondamentale tra *artefatto* e *strumento*. Fino a qui, in questo testo, la parola 'strumento' è stata utilizzata come un termine generico per indicare alcuni degli arredi di un Laboratorio di Matematica (abaci, compassi, macchine matematiche, TIC). In questa sezione il significato verrà specificato e confrontato con quello della parola 'artefatto', anch'essa da utilizzare di qui in poi in senso tecnico. Tale distinzione conduce ad analizzare separatamente le potenzialità di un artefatto-strumento per sottolineare sia la prospettiva oggettiva che quella soggettiva.

Secondo la terminologia di Rabardel, un *artefatto* è l'oggetto materiale o simbolico di per sé. Un esempio di artefatto è l'abaco, considerato nella sua struttura fisica come un oggetto formato da una base pesante, da due o tre barre di metallo inserite nella base e da un sacchetto di palline forate tutte dello stesso colore (vedi Fig. 4). Lo *strumento* è definito da Rabardel come un'entità mista composta sia da componenti legate alle caratteristiche dell'artefatto che da componenti soggettive (*schemi d'uso* messi in campo da un soggetto quando è assegnato un compito da risolvere con l'aiuto di un artefatto). Gli schemi d'uso dipendono dall'artefatto, variano a seconda del compito e, per lo stesso compito, variano da individuo a individuo. Nell'accezione di Rabardel, uno strumento è la costruzione di un soggetto, ha un carattere psicologico ed è strettamente collegato al contesto in cui ha origine e sviluppo. Alcuni schemi d'uso hanno carattere sociale, nel senso che possono essere trasmessi da un individuo a un altro ed essere fatti propri dai soggetti. Un insegnante può ricostruire gli schemi d'uso messi in campo durante la soluzione di un compito da parte di uno studente, osservando i diversi segni prodotti nel corso della manipolazione per interagire con l'artefatto o con altri studenti impegnati nello stesso compito. Tali segni sono di diversa natura: ad esempio, gesti, sguardi, parole, azioni, interazioni, ecc. (Arzarello, Robutti, 2009). Molti di tali segni sono prodotti contemporaneamente (un gesto e una parola; una parola e uno schizzo; una parola, uno sguardo e un gesto, ecc.), per cui lo schema d'uso messo in opera dal soggetto è ricostruibile in modo sempre più preciso. La comunicazione tra gli studenti e dell'insegnante con gli studenti passa attraverso la messa in opera di questi diversi sistemi di segni.

Nel caso specifico del Laboratorio di Matematica, la costruzione degli schemi d'uso da parte degli studenti prelude alla costruzione dei significati matematici. Un esempio semplice è dato dal seguente episodio in cui un allievo di prima elementare rappresenta il numero undici su un abaco a due aste (vedi Fig. 5) accanto al quale ci sono tante palline forate di un solo colore.

Tavola 1 – Schemi d'uso per la costruzione del significato matematico

|                                                                                       | Descrizione                                                                                                                                                                                                                                            | Parole                                                  | Significati matematici                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| contare e infilare palline nell'asta delle unità                                      | 1. Infila una pallina alla volta nell'asta a destra pronunciando la sequenza dei numeri.                                                                                                                                                               | Uno... due... tre...                                    | Corrispondenze biunivoche parole-gesti e parole-palline<br><br>parola — gesto<br>\ /<br>pallina |
|                                                                                       | 2. Una pallina cade mentre viene infilata, lo sguardo segue la pallina e la mano raccoglie un'altra pallina dal mucchio.                                                                                                                               | quattro...                                              |                                                                                                 |
|                                                                                       | 3. Riprende la conta.                                                                                                                                                                                                                                  | quattro... cinque...<br>sei... sette... otto...<br>nove |                                                                                                 |
| sostituire dieci palline nell'asta delle unità con una pallina nell'asta delle decine | 4. Tenta di infilare la decima pallina, che non ci sta. Si ferma a pensare, appoggia la pallina, sfila lentamente le nove palline e ne fa un mucchietto, accosta la decima pallina al mucchietto, le stringe tra le due mani a cupola, alza gli occhi. | ... dieci...<br>non ci sta...<br><br>è una decina.      | Dieci unità costituiscono una decina.                                                           |
|                                                                                       | 5. Prende una pallina e la infila nella seconda asta.                                                                                                                                                                                                  | ... metto una pallina qui... vale dieci                 | Valore posizionale                                                                              |
|                                                                                       | 6. Prende una pallina e la infila nella prima asta. Sorride.                                                                                                                                                                                           | ... e undici, fatto.                                    | Undici è una decina e un'unità                                                                  |

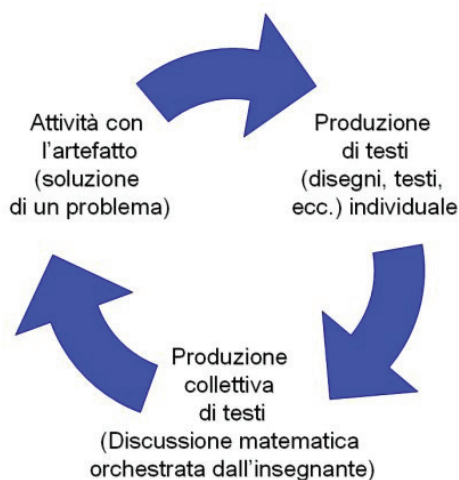
I due schemi d'uso messi in opera (contare e infilare palline nell'asta delle unità; sostituire dieci palline nell'asta delle unità con una pallina nell'asta delle decine) preludono a due significati matematici (corrispondenza biunivoca cioè corrispondenza uno-a-uno, raggruppamento). In questa sequenza 'al rallentatore' emerge il controllo consapevole su ciascun passo del processo da parte dell'allievo, che riesce perfino a interrompere la conta (passo 2) ripetendo il gesto dell'infilare e ripetendo il numerale 'quattro'. La struttura dell'artefatto (che non contiene più di nove palline in ogni colonna) fornisce una retroazione importante e consente di ricordare quando deve avvenire il raggruppamento. La mancanza di palline di più colori dà forza al valore della posizione. Questi schemi d'uso sono molto diversi dallo schema messo in opera da un esperto che colloca una pallina nella colonna delle decine e una pallina nella colonna delle unità senza commenti: le singole operazioni descritte in precedenza si sono condensate e contratte in un'unica operazione compiuta in modo automatico.

### *La dimensione didattica*

I processi di costruzione dei significati sono processi di lungo termine. La didattica nel Laboratorio di Matematica si articola nel tempo attraverso una sequenza ripetuta di *cicli didattici*<sup>32</sup>. Ciascun ciclo può essere descritto nel modo seguente.

*Attività con artefatti*: gli studenti affrontano compiti che devono essere svolti tramite l'utilizzo di artefatti (ad esempio, l'esplorazione dell'artefatto oppure l'uso dell'artefatto in un problema). Questa è generalmente utilizzata come attività di inizio di un ciclo attraverso il lavoro a coppie, o piccolo gruppo, con l'artefatto che promuove lo scambio sociale, accompagnato da parole, schemi, gesti.

*Produzione individuale di segni* (per esempio, disegnare, scrivere). Gli studenti sono coinvolti individualmente in diverse attività. Ad esempio, dopo aver utilizzato un artefatto, agli studenti è richiesto di scrivere, subito o a casa, un resoconto individuale della loro esperienza e relative riflessioni, inclusi dubbi e domande che sono sorti. Si può anche chiedere di scrivere, sul proprio quaderno di matematica, la principale formula matematica proveniente dalla discussione collettiva (si veda sotto). Nel caso di bambini piccoli i compiti specifici possono essere definiti chiedendo di disegnare il funzionamento di un artefatto. A causa della loro natura e diversamente da altri segni, come i gesti e gli sguardi, i segni scritti sono permanenti e possono essere condivisi; possono essere utilizzati in discussioni collettive e anche divenire oggetto stesso della discussione.



*Figura 6 - Il ciclo didattico*

<sup>32</sup> Bartolini Bussi, Mariotti (2009), cit.

*Produzione collettiva di segni* (per esempio, produzione collettiva di testi e disegni). Tra le altre discussioni collettive, la Discussione Matematica<sup>33</sup> orchestrata dall'insegnante gioca un ruolo cruciale.

In una discussione matematica l'intera classe è collettivamente impegnata in un discorso matematico, solitamente lanciato dall'insegnante, che formula esplicitamente l'argomento della discussione. Per esempio, dopo le sessioni in cui si è risolto un problema, le varie soluzioni sono discusse collettivamente, ma può anche accadere che i testi scritti dagli studenti vengano collettivamente analizzati, commentati, elaborati. Il ruolo dell'insegnante è cruciale. L'obiettivo principale dell'azione dell'insegnante in una discussione matematica è quello di promuovere il movimento verso segni matematici, tenendo in considerazione i contributi individuali.

### **La Discussione Matematica**

Come abbiamo detto, la Discussione Matematica è il modello privilegiato della produzione collettiva di segni. La Discussione Matematica è un costrutto teorico originale, introdotto negli anni '90 dal nostro gruppo di ricerca (Bartolini Bussi, Boni, Ferri, 1995). Una discussione matematica è *“una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico, che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento apprendimento”*. La parola 'voce' è qui usata nel senso di Bachtin, per intendere *“una forma di discorso e di pensiero che rappresenta il punto di vista di un soggetto, il suo orizzonte concettuale, il suo intento e la sua visione del mondo”* (ibidem, p. 7).

Nelle Discussioni Matematiche, spesso, l'insegnante 'parla la voce' della cultura matematica poiché la prospettiva sull'oggetto introdotta dall'insegnante è di solito diversa dalla prospettiva introdotta dall'allievo.

Riportiamo nel seguito alcuni stralci di una Discussione Matematica riguardante il primo incontro degli allievi con l'abaco all'inizio della seconda elementare. È stata posta sul tavolo una scatola contenente i pezzi per costruire un abaco ad asticelle, con le asticelle in grado di contenere 9 palline e un sacchetto di palline forate<sup>34</sup>.

---

<sup>33</sup> Bartolini Bussi, Mariotti (2009), cit.

<sup>34</sup> Ferri F. (2001).

*Insegnante.* Secondo voi a cosa servono queste cose che ho portato?

(Gli allievi propongono varie ipotesi (dai bastoncini cinesi a un minibiliardo).

*Elisabetta.* per me è un **contapunti**. Ogni volta che c'è un punto tu ci infili una pallina.

Si continua con il contapunti introducendo convenzioni diverse e sottolineandone l'utilità.

*Pietro.* Forse serve per **fare le addizioni e le sottrazioni**. Ad esempio  $3 + 5$ . Metti 3 palline, poi 5, poi le conti tutte e vedi che fa 8.

(Si introducono convenzioni per distinguere i due addendi di un'addizione).

*Ins.:* Secondo voi la lunghezza dei bastoncini vuol dire qualcosa?

(Si sottolinea l'importanza di avere asticelle molto lunghe per poter eseguire le addizioni).

*Simone.* prova a fare  $6+4$ .

*Ins.:* (esegue sulla prima asticella dell'abaco) Ci stanno solo 9 palline. Come faccio?

*Marwan.* Mettila nell'altra asta. Fa 10.

*Vincenzo.* (urlando) No, se fai così diventa  $9+1$ !

(Si continua a parlare di operazioni).

*Federica.* Se anche usi le due colonne, il massimo che puoi fare è  $9 + 9$ .

*Ins.:* Allora, questo non è uno strumento per fare le operazioni?

*Alessandro.* Forse c'è tipo un mistero come con le sottrazioni che certi dicono che non si possono fare perché non conoscono i numeri negativi. Forse questo è uno strumento che serve per fare gli istogrammi.

*Daniele.* Le operazioni si possono fare,  $+$  e  $-$ , ma non devono superare le 9 palline per bastoncino.

*Alessandro.* Se serve per fare le operazioni, si devono poter fare tutte. Altrimenti non serve.

*Ins.:* Io ora faccio questo (mette tre palline unità e una pallina decina sull'abaco) E vi chiedo: Cosa ho voluto **rappresentare**? Vi dico subito che non è un'operazione.

(Si insiste su operazioni o altre ipotesi).

*Alessandro.* Ho capito! Forse sono le decine. C'è una decina e 3 unità.

*Laura.* È il numero 13.

*Ins.:* Evviva! Ce l'abbiamo fatta!

(Gli allievi propongono diversi esempi, per convincere Daniele che non sa fare il dieci).

*Alessandro.* Così, fai una decina e zero unità (esegue). È il dieci.

*Ins.:* Allora cosa possiamo dire di questo strumento che si chiama 'abaco'?

*Chiara.* Che serve per contare delle palline di tanti colori.

*Federica.* L'abaco è uno strumento che serve per contare, però quando superi le 9 unità, cioè sei a dieci, devi togliere le palline delle unità dall'asticella e metterne una nell'altra asticella, cambiando colore. 10 palline sono 10 unità e le cambi con una decina. 10 bianche valgono come 1 rossa.

*Alessandro.* Sì, **però non importa cambiare colore**, perché **dipende dal posto**. (si fanno esempi).

*Giacinto.* C'è un posto per tutto. Per le unità a destra, per le decine nel mezzo, per le centinaia a sinistra (aggiunge un'asticella e fa un esempio).

*Daniele.* L'abaco allora è uno strumento per i numeri, per **scriverli**.

*Federica.* L'abaco è uno strumento che ti fa capire perché scrivi un numero in quel modo.

*Simone.* Se hai tantissime palline e le metti nell'abaco, quando ne hai 9 dici ALT! E poi dici: 'dieci non ci stanno! Perché hai una decina e cambi posto e ne metti una. Le altre le togli perché le hai già contate e poi sono unità. Una decina è come dieci unità (gesticolando).

Nella discussione emergono diverse ‘voci’ che introducono prospettive diverse sull’artefatto abaco; non è forse un caso che queste voci diverse siano anche documentate nella storia (Giorello, 1981):

- l’abaco per contare da Elisabetta;
- l’abaco per calcolare da Pietro.

Non è un caso che l’insegnante sia responsabile dell’introduzione dell’abaco per la rappresentazione e la scrittura dei numeri in base dieci (raccolta da Alessandro), perché l’insegnante in questo caso intende parlare con la ‘voce’ della matematica.

### Un quadro complessivo: la mediazione semiotica

Gli elementi fin qui introdotti caratterizzano l’approccio all’attività del Laboratorio di Matematica, secondo l’inquadramento del nostro gruppo di ricerca. Esso si colloca nella tradizione vygotskiana e più precisamente nell’elaborazione del costrutto teorico della ‘mediazione semiotica’.

È interessante riportare a tale proposito la caratterizzazione di questo costrutto data dalla linguista R. Hasan (2002)<sup>35</sup>: *“il sostantivo mediazione deriva dal verbo mediare e si riferisce a un processo con una complessa struttura semantica che include i partecipanti e le circostanze che sono potenzialmente rilevanti in questo processo:*

- *qualcuno che media, il mediatore;*
- *qualcosa che viene mediato, il contenuto rilasciato dalla mediazione;*
- *qualcuno soggetto alla mediazione, il ricevente a cui la mediazione apporta differenze;*
- *la circostanza della mediazione;*
- *i mezzi della mediazione, la modalità;*
- *il luogo, il sito in cui la mediazione può avvenire”.*

Nel nostro caso, il mediatore è l’insegnante, ciò che è mediato è il significato matematico; i riceventi sono gli studenti; la circostanza della mediazione è il processo di insegnamento-apprendimento nel Laboratorio di Matematica; i mezzi della mediazione sono riassunti nei cicli didattici dell’attività con gli artefatti; il luogo in cui la mediazione può avvenire è il Laboratorio di Matematica, secondo l’accezione presentata in *Matematica 2003*.

Lo schema della figura 7 riassume in forma sintetica il processo. In alto si colloca lo spazio dei riceventi (gli studenti) che sono sollecitati a risolvere un compito con l’uso di un artefatto (una macchina matematica). Il compito è stato progettato

<sup>35</sup> <http://www.education.miami.edu/blantonw/mainsite/Componentsfromclmer/Component13/Mediation/SemioticMediation.html>, now published in Language, Society and Consciousness: J. Webster (a cura di), *The Collected Works of Ruqaiya Hasan*, vol. I, Equinox, London.



dall'insegnante in relazione a un certo significato matematico (vertice in basso a sinistra). Il vertice in alto a destra allude alle produzioni degli studenti (gesti, parole, testi scritti, disegni, ecc.) che consentono all'osservatore/insegnante di ipotizzare gli schemi d'uso messi in opera. Sugli schemi d'uso, che prevedono l'azione diretta degli studenti sulla macchina e sono riconoscibili dalle tracce osservate, l'insegnante fonda la costruzione dei significati matematici. In questo modo lo schema della figura 3 si completa con la parte mancante (Fig. 7), cioè la relazione tra i testi (disegni, parole, gesti, ecc.) 'situati' prodotti dagli studenti mentre agiscono sulla macchina e i testi tipici del sapere matematico. Infatti, il lato destro dello schema allude al complesso processo di articolazione di uno o più cicli didattici che consentono la trasformazione e il collegamento dei testi prodotti dagli studenti e fortemente contestualizzati in testi matematici, coerenti con i significati da costruire.

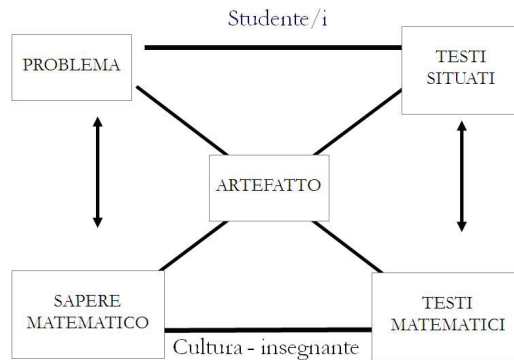


Figura 7 - La mediazione semiotica

## Conclusioni

Dal quadro fin qui illustrato emergono alcune indicazioni operative per la progettazione delle attività nel Laboratorio di Matematica, e in particolare per le attività nel Laboratorio delle Macchine Matematiche.

### *La scelta degli artefatti*

Il primo passo è quello di identificare opportuni artefatti per il laboratorio. Anche la scelta degli artefatti risponde a criteri di natura epistemologica, poiché non tutti gli artefatti e i materiali da manipolare sono equivalenti. Nel Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena si è dato rilievo agli artefatti emersi durante la

storia della matematica. L'opzione si basa su una convinzione di fondo: se questi artefatti sono entrati nella costruzione del sapere matematico nella nostra cultura, su di essi sono 'depositate' tracce di questo sapere; la possibilità di sfruttare queste tracce – fino alla lettura, se opportuna, di fonti storiche originali (Bartolini Bussi, Boni, Ferri, Garuti, 2004; Ferri, Mariotti, Bartolini Bussi, 2005) – offre strategie didattiche potenti all'insegnante.

L'insegnante può anche inserire in modo esplicito il processo della classe nel processo storico di costruzione del sapere matematico, con una forte identificazione culturale. Le ricerche recenti sull'Etnomatemática<sup>36</sup> offrono anche la descrizione di artefatti sviluppati in altre parti del mondo, consentendo un approccio interculturale nel laboratorio. Nel caso delle TIC questa dimensione storico-culturale può essere meno evidente, anche se spesso è stata alla base delle modalità di implementazione dei software.

### *La scelta delle consegne*

Si realizza una sequenza di cicli didattici, ciascuno articolato intorno a un tema. Come sarà spiegato nel seguito (vedi capitolo 6), vi sono alcune questioni particolari che suggeriscono la definizione di consegne precise. Sulla base del quadro presentato in questo capitolo, esse si articolano intorno a tre temi fondamentali che alludono in modo diretto all'approccio strumentale di Rabardel (artefatto-strumento) e alla teoria della mediazione semiotica di derivazione vygotskiana (significato matematico):

*Artefatto*: che cos'è? come è fatto?

*Strumento*: che cosa fa?

*Significati matematici*: perché lo fa?

*Risoluzione di problemi*: Cosa succederebbe se...?

---

<sup>36</sup> Vedi, ad esempio, <http://www.dm.unipi.it/~favilli/>.

## Bibliografia

- Arzarello F., Robutti O. (2009), *Embodiment e multimodalità nell'apprendimento della matematica*, vol. 32 A-B, pp. 243-268.
- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 32 A-B, pp. 270-294.
- Bartolini Bussi M.G., Maschietto M. (2006), *Macchine Matematiche: dalla storia alla scuola*, Springer, Milano.
- Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (1995), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, CDE, Comune di Modena.
- Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F., Garuti R. (2004), *La costruzione del pensiero teorico. Una ricerca sugli ingranaggi nella scuola elementare*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 27 A-B, pp. 413-444.
- Ferri F. (2001), *L'abaco e lo zero*, in *Atti del Convegno Internuclei della Scuola dell'Obbligo dedicato alla memoria del Prof. Francesco Speranza*, sul tema "L'emergenza dell'oggetto matematico". <http://prmat.math.unipr.it/~rivista/guzzoni/avvenimenti/Monticel.html>
- Ferri F., Mariotti M.A., Bartolini Bussi M.G. (2005) *L'educazione geometrica attraverso l'uso di strumenti: un esperimento didattico*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 28 (2), pp. 161-189.
- Gioiello G. (1981), *Zero*, in *Enciclopedia Einaudi*, vol. 14, pp. 1318-1353.
- Martignone F. (2009), *Processi di esplorazione e argomentazione in attività con particolari Macchine Matematiche: i pantografi per le trasformazioni geometriche del piano*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 32 A-B n.6, pp. 681-700.
- Martignone F. (2010), *Progetto regionale MMLab-ER*, in "Matematica: dalle indicazioni alla pratica didattica", Tecnodid, Napoli.
- Maschietto M. (2007), *Il laboratorio di matematica*, in Benini A.M., Orlandoni A., *Matematica. Ricerca sul curricolo e innovazione didattica*, Tecnodid, Napoli.
- Maschietto M. (2007). *Macchine matematiche e laboratorio*, in "Innovazione Educativa", vol. 2, n. 8, pp. 21-25.
- Maschietto M., Martignone F. (2009). *Attività con le Macchine Matematiche*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle scienze integrate", vol. 32, A-B, n. 3, pp. 295-315.

### LE MACCHINE DEL PROGETTO MMLab-ER

Carla Zanolì\*, Francesca Martignone\*\*

*\*Associazione delle Macchine Matematiche, \*\*Università di Modena e Reggio Emilia*

In questo capitolo sono raccolte le schede illustrative delle macchine matematiche in dotazione ai Laboratori allestiti nei Centri delle province coinvolte nel Progetto regionale. In ogni scheda è riportata una foto e un'immagine della macchina corredata da una breve spiegazione della sua struttura e funzionamento. Si rimanda, per più approfondite documentazioni riguardanti questi strumenti (note storiche, animazioni con software di geometria dinamica, ecc.), al libro *Macchine Matematiche: dalla storia alla scuola* (Bartolini, Maschietto, 2006), al sito dell'Associazione delle Macchine Matematiche<sup>37</sup> e al catalogo "Theatrum Machinarum"<sup>38</sup>.

In tutti i laboratori provinciali allestiti per il progetto MMLab-ER sono presenti in diverse copie<sup>39</sup> le seguenti macchine:

- *Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano*: pantografi per la simmetria assiale, lo stiramento, la simmetria centrale, l'omotetia (pantografo di Scheiner), la traslazione (pantografo di Kempe) e la rotazione (pantografo di Sylvester);
- *Curvigrافي*: compasso, parabolografo del Cavalieri, ellissografo ad antiparallelogramma, parabolografo a filo teso, ellissografo a filo teso, iperbolografo a filo teso e guida rettilinea di Kempe;
- *Macchine geometriche tridimensionali*: compasso perfetto e genesi tridimensionale dello stiramento;
- *Macchine aritmetiche*: Pascalina "Zero +1".

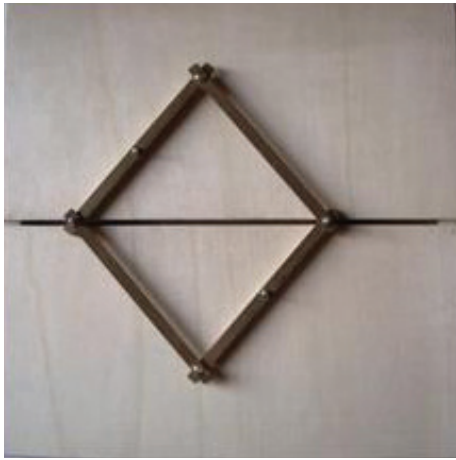
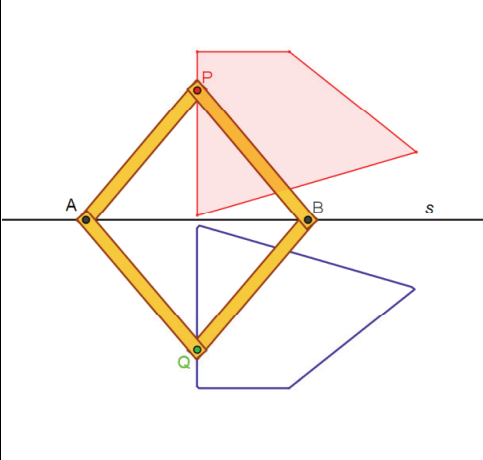
---

<sup>37</sup> [www.macchinematematiche.org](http://www.macchinematematiche.org).

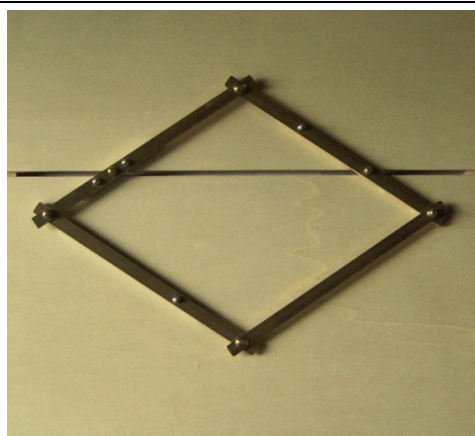
<sup>38</sup> [http://www.museo.unimo.it/theatrum/machine/\\_00the.htm](http://www.museo.unimo.it/theatrum/machine/_00the.htm).

<sup>39</sup> Le macchine sono presenti in diversi esemplari per consentire il lavoro di gruppo nelle classi e nelle aule decentrate. Per la precisione vi sono: 5 esemplari per ogni pantografo e curvigrافي; dai 25 ai 40 esemplari di Pascaline e un esemplare per ciascuna delle macchine tridimensionali.

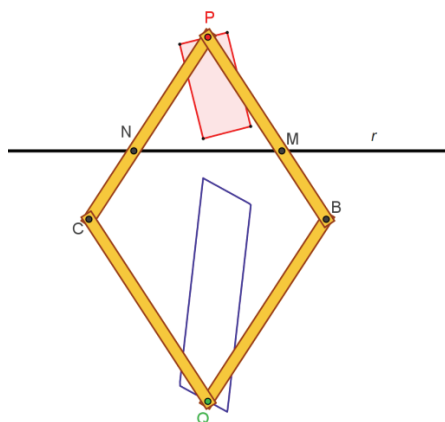
## 1. PANTOGRAFO PER LA SIMMETRIA ASSIALE

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| <p><i>Figura 1 - Fotografia</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p><i>Figura 2 - Immagine di una animazione virtuale</i></p>                       |
| <p>Il pantografo è formato da un rombo articolato AQB<i>P</i> i cui vertici A e B sono vincolati a muoversi su una scanalatura <i>s</i> mentre e gli altri due vertici, P e Q, hanno due gradi di libertà.</p> <p>La macchina realizza una corrispondenza fra due regioni limitate di piano che giacciono su semipiani opposti rispetto a <i>s</i>. Per le proprietà del rombo e per come questo è incernierato al piano (una delle diagonali giace sulla scanalatura <i>s</i>), i punti P e Q si corrispondono in una simmetria assiale (in cui l'asse è la scanalatura <i>s</i>).</p> <p>Quando P percorre una traiettoria assegnata, Q descrive la traiettoria simmetrica, come mostrato nella figura 2.</p> |                                                                                    |

## 2. PANTOGRAFO PER LO STIRAMENTO



*Figura 1 - Fotografia*



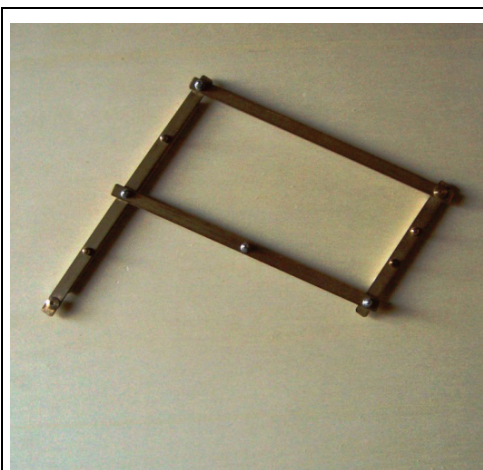
*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Il pantografo è formato da un rombo articolato BPCQ i cui punti M e N (appartenenti rispettivamente ai lati BP, PC e scelti in modo che sia  $PM = PN$ ) sono vincolati a scorrere entro la scanalatura rettilinea  $r$ , mentre i vertici P e Q hanno due gradi di libertà.

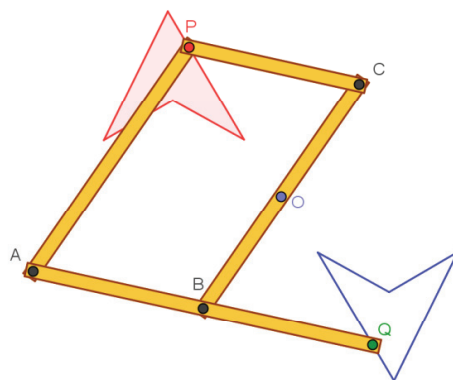
La macchina realizza una corrispondenza fra due regioni limitate di piano che giacciono su semipiani opposti rispetto a  $s$ . Sfruttando le caratteristiche del rombo e il modo in cui questo è incernierato ad  $r$  (la scanalatura è parallela ad una diagonale del rombo), si dimostra che la retta PQ si mantiene (durante la deformazione del sistema) perpendicolare a  $r$ , e che risulta sempre costante il rapporto  $k$  delle distanze di P e di Q da  $r$  ( $k = (2PB - PM) / PM$ ). Quindi le regioni piane (limitate), descritte da P e da Q nei semipiani opposti aventi  $r$  come origine comune, si corrispondono in quella particolare affinità che viene chiamata stiramento.

Quando P percorre una figura assegnata, Q descrive la sua trasformata secondo uno stiramento di rapporto  $k$ , come mostrato nella figura 2.

### 3. PANTOGRAFO PER LA SIMMETRIA CENTRALE



*Figura 1 - Fotografia*



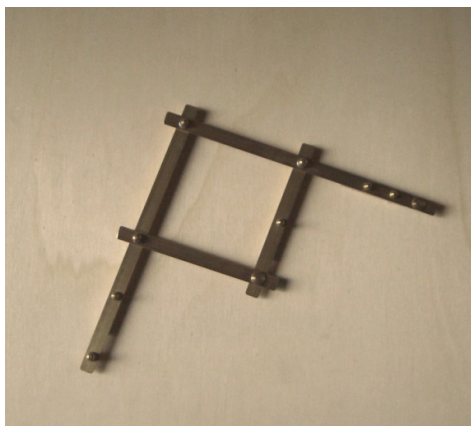
*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Il pantografo è costituito da un parallelogramma articolato ABCP con il lato BC imperniato al piano del modello nel suo punto medio O. L'asta AB è prolungata di un tratto  $BQ=AB$ .

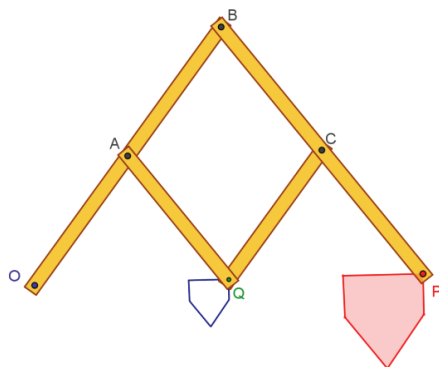
La macchina realizza una corrispondenza tra due regioni limitate del medesimo piano, in cui P e Q sono sempre allineati con O e inoltre  $PO=OQ$  (questo si dimostra sfruttando il parallelismo a due a due delle quattro aste che formano il parallelogramma e l'uguaglianza delle diverse porzioni del sistema articolato). La trasformazione generata è quindi la simmetria centrale con centro in O.

Quando P percorre una traiettoria assegnata, Q descrive la traiettoria simmetrica rispetto ad O, come mostrato nella figura 2.

## 4. PANTOGRAFO PER L'OMOTETIA (di Scheiner)



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

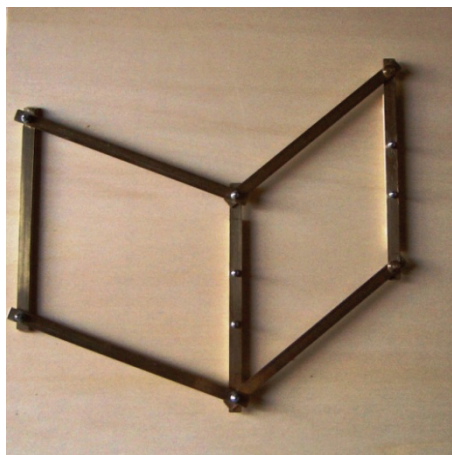
Il pantografo è costituito da quattro aste rigide incernierate nei punti A, B, C e Q scelti in modo da formare un parallelogramma (in questo caso un rombo). Il punto O è fissato al piano su cui il meccanismo si muove. Il punto P, sull'asta BC, è scelto in modo tale che risulti:

$$\frac{BP}{BC} = \frac{OB}{OA} = k \quad (\text{in questo caso } k=2)$$

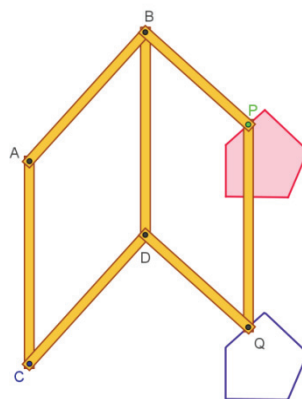
Per come sono incernierate le aste, i punti O, Q e P rimangono allineati durante la deformazione del sistema e risulta sempre  $OP = k \cdot OQ$  (visto che i triangoli OBP e OAQ sono simili). Quindi Q e P si corrispondono in un'omotetia di centro O. Considerando P come corrispondente di Q avremo il rapporto di omotetia  $k = OP/OQ > 1$ . Se, invece, si considera Q corrispondente di P, avremo come rapporto di omotetia  $1/k = OQ/OP < 1$ .



## 5. PANTOGRAFO PER LA TRASLAZIONE (del Kempe)



*Figura 1 - Fotografia*



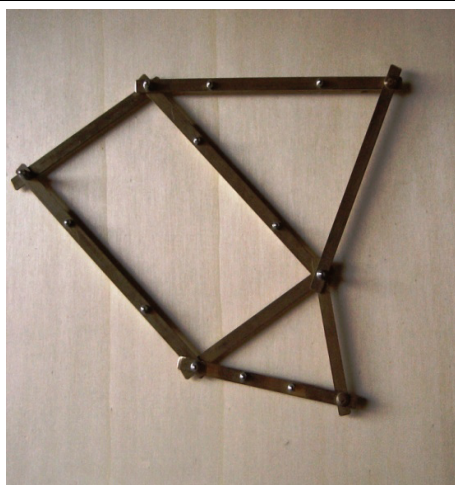
*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Il pantografo è costituito da due parallelogrammi articolati aventi il lato BD in comune e giacenti sul medesimo piano  $\pi$ . Il lato AC, opposto a BD, è fissato a  $\pi$ , l'altro, PQ, è libero di muoversi sul piano quindi P e Q hanno due gradi di libertà.

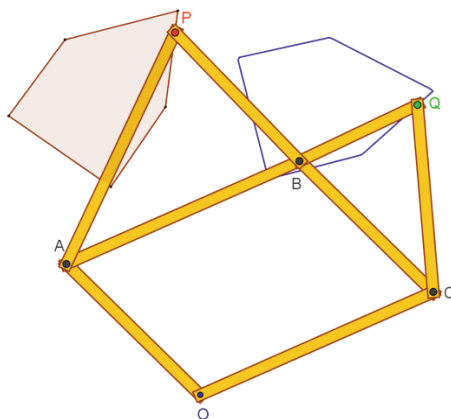
Per come è stata costruita la macchina ( $AB=CD$ ,  $BP=DQ$  e  $AC=BD=PQ$ ), i punti P e Q si corrispondono in una traslazione caratterizzata in modulo, direzione e verso dal vettore AC o CA, a seconda che sia Q il trasformato di P o viceversa.

Quando P percorre una traiettoria assegnata, rispettivamente Q descrive la traiettoria traslata, come mostrato nella figura 2.

## 6. PANTOGRAFO PER LA ROTAZIONE (di Sylvester)



*Figura 1 - Fotografia*



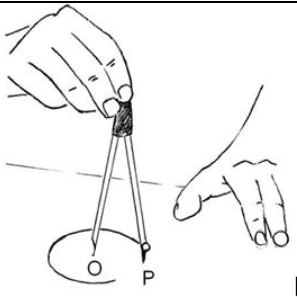
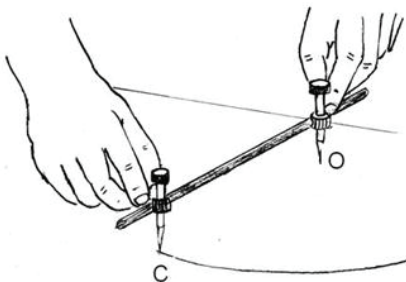
*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Il pantografo è costituito da un parallelogramma articolato OABC con il vertice O imperniato al piano del modello. A due lati consecutivi del parallelogramma sono vincolati due triangoli isosceli simili (APB e CBQ), costruiti in modo che uno dei lati uguali coincida con uno dei lati del parallelogramma e le loro basi si incontrino nel vertice B di questo. Muovendo il punto P si muove anche il punto Q e risultano sempre uguali i segmenti PO e QO e gli angoli POQ, PAB e QCB.

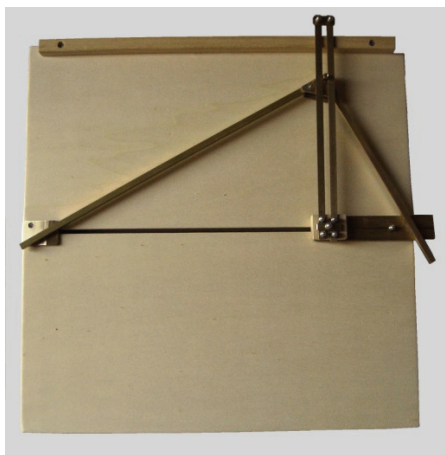
Si dimostra, sfruttando la similitudine dei triangoli isosceli, le proprietà del parallelogramma e come queste figure sono incernierate tra loro, che i punti P e Q si corrispondono in una rotazione di angolo POQ ( $=PAB=BCQ$ ) e centro O.

Quando P percorre una traiettoria assegnata, Q descrive la traiettoria ruotata (rotazione di centro O e ampiezza uguale all'angolo al vertice dei triangoli isosceli), come mostrato nella figura 2.

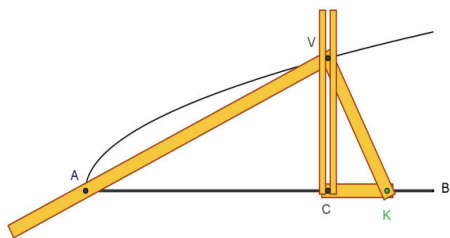
## 7. COMPASSO

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                               |
| <p><i>Figura 1 - Compasso a due aste</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <p><i>Figura 2 - Compasso piano</i></p>                                                                                                         |
| <p>Il compasso è uno strumento usato fin dall'antichità per tracciare circonferenze e riportare misure di segmenti. Questo può avere diverse strutture come ad esempio: un sistema articolato composto da due aste incernierate tra loro e terminanti rispettivamente con una mina scrivente e una punta (Fig. 1); un'asta con due perni da posizionare a distanza variabile di cui uno contiene una mina scrivente e una con una punta da fissare al piano (Fig. 2).</p> |                                                                                                                                                 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                              |
| <p><i>Il compasso del Creatore</i><br/>Bibbia del XIII secolo;<br/>Biblioteca Nazionale di Vienna</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p><i>Ritratto di Fra Luca Pacioli con un allievo</i><br/>Guidobaldo da Montefeltro (? - 1495);<br/>Museo e Gallerie di Capodimonte, Napoli</p> |

## 8. PARABOLOGRAFO DEL CAVALIERI



*Figura 1 - Fotografia*



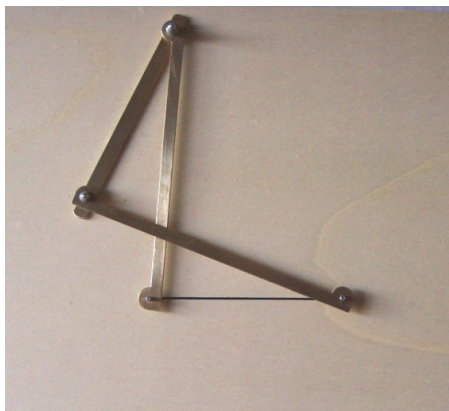
*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Lungo la scanalatura rettilinea AB praticata in un piano  $\pi$  scorre un segmento CK di lunghezza  $k$  prestabilita. Al suo estremo C è vincolata rigidamente, in direzione perpendicolare a CK, un'asta CV giacente su  $\pi$ .

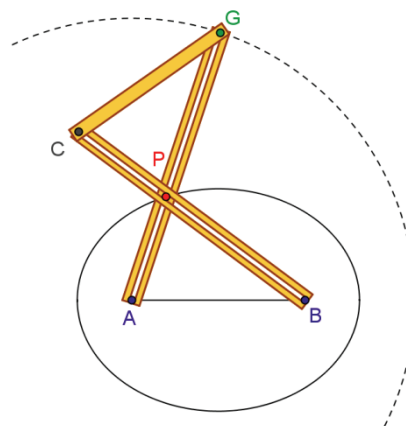
Quando l'angolo retto KCV si muove, trascina con sé un altro angolo retto AVK, che ha i lati VA e VK costretti a scorrere, rispettivamente, sui perni A (fissato sulla scanalatura) e K (che a sua volta scorre sulla scanalatura). Durante il movimento, in ogni istante AVK è un triangolo rettangolo (variabile) di cui VC rappresenta l'altezza relativa all'ipotenusa e AK l'ipotenusa.

Possiamo applicare ad esso il teorema di Euclide: si ricava  $(VC \cdot VC) = (CK \cdot CA) = (k \cdot CA)$ , ossia la relazione tra segmenti che gli antichi greci definivano 'sintomo' della curva che noi oggi chiamiamo parabola (ponendo  $CA = x$ ,  $VC = y$ , si ottiene l'equazione:  $y^2 = k \cdot x$ ).

## 9. ELLISSOGRAFO AD ANTIPARALLELOGRAMMA



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

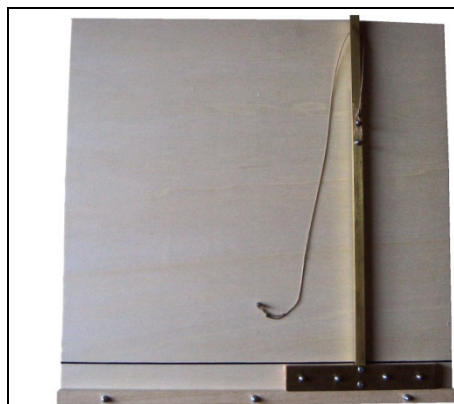
Si chiama antiparallelogramma articolato un quadrilatero (piano) intrecciato ABCD avente i lati uguali a due a due ( $AB=CD$  e  $AD=BC$ ). I lati AD e BC dell'antiparallelogramma, si incontrano in P.

Collochiamo l'antiparallelogramma su un piano  $\pi$  bloccando su  $\pi$  una delle aste più corte AB (fissando un perno in A e un altro in B), e muoviamo l'asta AD.

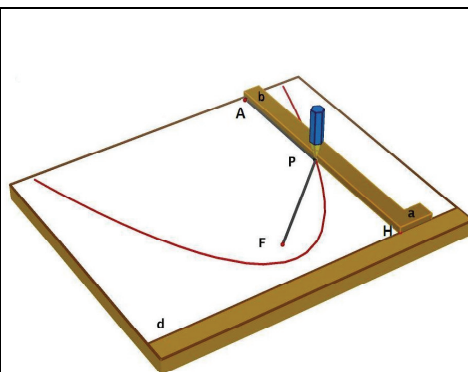
Si può facilmente constatare che i punti D e C percorrono le circonferenze aventi centro, rispettivamente, in A e B e raggio AD e BC.

Inoltre risulta  $PA + PB = PA + PD = AD = \text{cost.}$  (poiché l'antiparallelogramma ha un asse di simmetria a cui appartiene P). Perciò il luogo descritto da P è un'ellisse con fuochi in A e in B (Fig. 2).

## 10. PARABOLOGRAFO A FILO TESO



*Figura 1 - Fotografia*

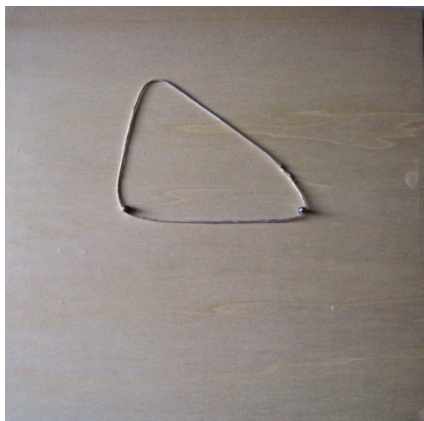


*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

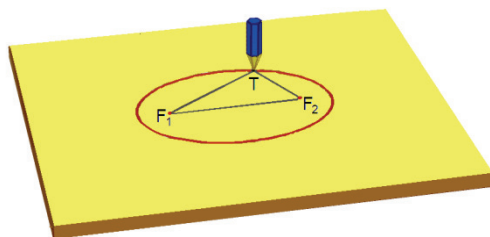
Una squadra costituita dalle aste perpendicolari  $a$  e  $b$  ha il lato  $a$  scorrevole su una guida rettilinea  $d$ ;  $F$  è un perno fissato sul piano e  $A$  è un perno fissato su  $b$ . Un filo di lunghezza  $l = AH$  è vincolato nei suoi estremi ai punti  $A$  e  $F$ .

Se si fa scorrere  $a$  lungo  $d$  e contemporaneamente con la punta di una matita si mantiene il filo teso e accostato all'asta  $b$  (Fig. 2), si disegna un arco di parabola avente fuoco in  $F$  e direttrice coincidente con  $d$ . Questo perché  $PF = l - AP = AH - AP = PH$ , ossia il punto  $P$  è sempre equidistante da  $F$  e  $d$  (proprietà caratteristica della parabola).

## 11. ELLISSOGRAFO A FILO TESO



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

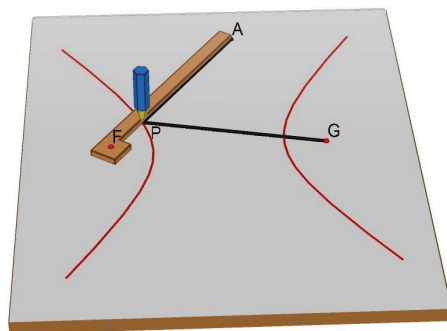
Su un piano sono fissati due punti  $F_1$  ed  $F_2$ . Si annodano i due capi di un filo (non elastico, di lunghezza  $l$  maggiore della distanza fissata  $F_1 F_2$ ) chiudendolo ad anello.

Con una punta  $T$  il filo viene teso fra i punti  $F_1$  ed  $F_2$  in modo da formare un triangolo  $F_1 F_2 T$  (Fig.2). La punta  $T$  si sposti sul piano mantenendo il filo teso: allora essa traccia un'ellisse i cui fuochi sono  $F_1$  ed  $F_2$ .  $T F_1 + T F_2 = l - F_1 F_2$ ; ossia la somma delle distanze di  $P$  dai due fuochi è costante (proprietà caratteristica della ellisse).

## 12. IPERBOLOGRAFO A FILO TESO



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

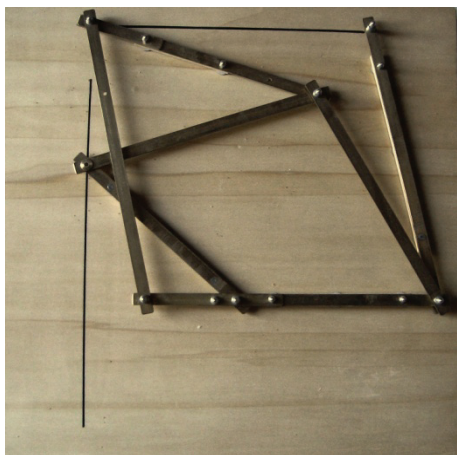
Un'asta  $FA$  di lunghezza  $l$  è imperniata al piano del modello in  $F$ . Un filo flessibile e inestendibile di lunghezza  $a$  ( $a > l$ ) ha gli estremi fissati in  $A$  ed in  $G$ .

Tenendo con la punta di una matita il filo teso con il tratto  $AP$  accostato all'asta  $FA$  e facendo ruotare l'asta attorno al suo perno  $F$  (Fig. 2), il punto  $P$  descrive un arco di un'iperbole di fuochi  $F$  e  $G$ . Questo perché  $PG - PF = a - l$  ossia la differenza delle distanze di  $P$  dai due fuochi è costante (proprietà caratteristica dell'iperbole).

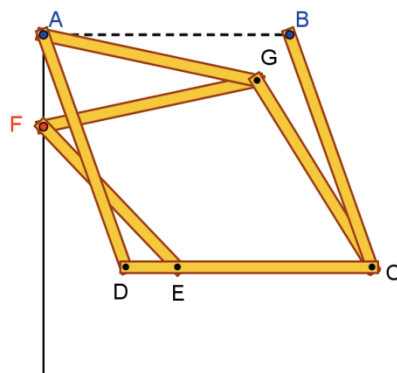
Nel modello è possibile poi imperniare l'asta in  $G$ , fissare il filo in  $A$  ed  $F$  e tracciare l'arco di iperbole simmetrico a quello precedente.



### 13. GUIDA RETTILINEA DEL KEMPE



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

ABCD è un rombo articolato, i cui vertici A e B sono imperniati al piano. Ai vertici A e C del rombo sono collegate due aste di uguale lunghezza ( $AG = GC$ ) incernierate in G. Il quadrilatero AGCD è quindi un deltoide.

Alla cerniera G è vincolata inoltre una terza asta GF tale che  $GF = AG = GC$ , mentre attorno a un perno E, fissato al lato DC del rombo, può ruotare un'altra asta EF (il cui secondo estremo è incernierato in F) tale che  $EF = EC$ . Così anche il quadrilatero CEFG è un deltoide.

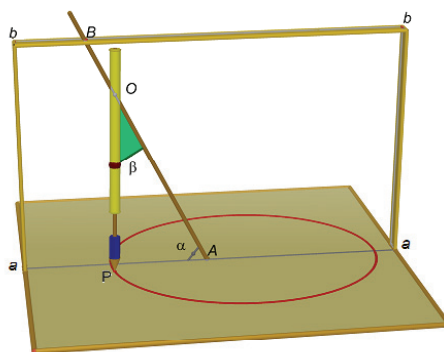
Le lunghezze delle varie aste sono scelte in modo che sia  $AD : AG = AG : EF$ . Allora i due deltoidi risultano simili, e i loro angoli interni uguali.

Quando il rombo si deforma (C e D descrivono circonferenze di centro B ed A rispettivamente), il punto F descrive un segmento rettilineo appartenente alla perpendicolare ad AB condotta per A (vedi Fig. 2).

## 14. COMPASSO PERFETTO



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Questo curvigrapho meccanizza in modo diretto la definizione di conica data da Apollonio. L'asta AB (Fig. 2) è l'asse del cono; l'altra, OP, ne è una generatrice, e può allungarsi o accorciarsi per consentire il contatto continuo tra la punta scrivente e il piano del disegno (piano secante il cono). L'asse AB (girevole su sé stesso attorno ai cardini A e B) può essere inclinato di un angolo  $\alpha$  variabile nel piano, individuato dalle rette parallele  $aa$  e  $bb$ , perpendicolare al piano su cui scorre il tracciatore P. Questo è sostenuto dall'asta OP, vincolata in O all'asta AB con la quale forma un angolo variabile  $\beta$ .

Quando AB ruota, OP descrive un cono di asse AB: il tracciatore P è mantenuto a contatto col piano del disegno (un giunto 'telescopico' permette all'asta OP di accorciarsi o allungarsi) il quale 'taglia' il cono generando la sezione descritta da P.

Se  $\alpha = \beta$  si ha una parabola (c'è una sola posizione in cui la generatrice OP giace nel piano per O parallelo al piano della sezione);

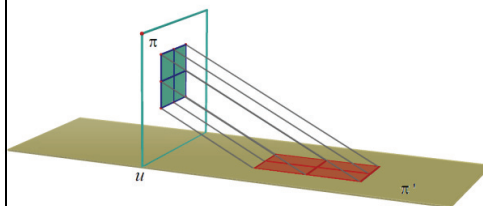
se  $\alpha > \beta$  un'ellisse (circonferenza se  $\alpha = \pi/2 > \beta$ );

se  $\alpha < \beta$  un'iperbole (due posizioni in cui OP giace nel piano per O parallelo al piano della sezione).

## 15. GENESI TRIDIMENSIONALE DELLO STIRAMENTO



*Figura 1 - Fotografia*



*Figura 2 - Immagine di un'animazione virtuale*

Nel modello fisico, le lastre rettangolari  $\pi$  (trasparente) e  $\pi'$  rappresentano due piani incidenti lungo la retta  $u$ . Le figure tracciate su  $\pi'$  si possono considerare come ombre solari di quelle giacenti su  $\pi$ . I raggi del sole (materializzati nel modello con fili tesi e supposti paralleli) determinano, in generale, una corrispondenza biunivoca (prospettività con centro improprio) tra  $\pi$  e  $\pi'$ : ad ogni punto  $P$  di  $\pi$  corrisponde in  $\pi'$  la sua ombra  $P'$ .

Il modello permette di ruotare  $\pi$  attorno alla retta  $u$ .

Si può osservare che:

- durante la rotazione i raggi (i fili tesi) rimangono paralleli;
- quando  $\pi$  è sovrapposto a  $\pi'$ , i raggi (i fili) che congiungono due punti corrispondenti qualsiasi sono perpendicolari ad  $u$ .

Se  $\pi$  e  $\pi'$  sono sovrapposti, la corrispondenza esistente fra i loro punti  $P$  e  $P'$  diventa uno stiramento (particolare omologia affine).

## 16. PASCALINA “ZERO+1”

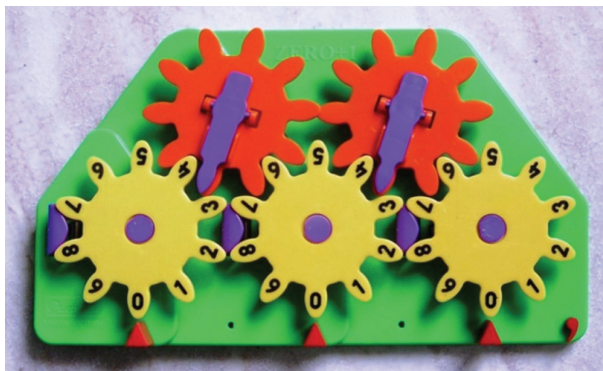


Figura 1 - Fotografia di una Pascalina

Nella Fig. 1 è riportata la foto della macchina ZERO +1 prodotta dalla Ditta Quercetti. Questa è la ricostruzione di una macchina da calcolo storica costruita da Blaise Pascal in cui, attraverso un meccanismo a ruote dentate, si possono svolgere le quattro operazioni con riporto automatico.

Nella presentazione della sua macchina, nel 1645, Pascal scriveva:

*“Tu mi sarai grato dell’impegno di cui mi son fatto carico per fare in modo che tutte le operazioni che con i metodi precedenti erano penose, complicate, lunghe e mai sicure diventassero ora facili, semplici, veloci e affidabili”.*

### Riferimenti

Alcune note storiche su questo strumento si possono trovare nel sito:

[http://areweb.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Argomenti/Appunti/Origini\\_computer/Origini\\_computer.htm](http://areweb.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Argomenti/Appunti/Origini_computer/Origini_computer.htm)

### LA FORMAZIONE DEGLI INSEGNANTI NEL PROGETTO MMLab-ER

*Rossella Garuti, Francesca Martignone*

*Università di Modena e Reggio Emilia*

#### **Introduzione**

Il Progetto MMLab-ER ha tra le sue finalità principali la diffusione su scala regionale di una metodologia di attività di laboratorio di matematica con l'uso di macchine matematiche, coerente con i risultati della ricerca promossa dal gruppo del Laboratorio delle Macchine Matematiche dell'Università di Modena e Reggio Emilia. Uno degli aspetti cruciali del Progetto è rappresentato dal coinvolgimento degli insegnanti attraverso un corso di formazione centrato sulle metodologie del laboratorio di matematica, nello specifico con l'uso di macchine matematiche.

Gli insegnanti coinvolti nel Progetto sono stati scelti attraverso un bando di selezione<sup>40</sup> rivolto principalmente a docenti di matematica della scuola secondaria di primo e secondo grado (in particolare del biennio), in quanto il Comitato tecnico scientifico ha identificato in questo segmento di scuola uno snodo fondamentale legato, in particolare, all'introduzione del Nuovo Obbligo Formativo.

Sul tema della formazione degli insegnanti in servizio esiste una vasta bibliografia e un grande interesse nel mondo della ricerca educativa. A nostro avviso, è sempre importante tener conto che questi insegnanti si sono costruiti una propria epistemologia e riflessione della disciplina insegnata, in questo caso la matematica, sulla base principalmente della propria esperienza professionale. Bisogna, infatti, non perdere mai l'occasione di porre in evidenza il fatto che l'insegnante metterà sempre in campo se stesso e le proprie convinzioni, sociali, didattiche e filosofiche (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2009).

Considerato che i temi della formazione nel Progetto riguardano una metodologia (didattica laboratoriale) e un contenuto (macchine matematiche) non così consueti e poco praticati nella scuola, è stato cruciale tener conto di questi aspetti per far sì che gli insegnanti aderissero il più possibile allo spirito del Progetto, e so-

---

<sup>40</sup> Predisposto dall'ANSAS ex-IRRE Emilia-Romagna.

prattutto, che ne cogliessero gli elementi di novità rispetto a pratiche didattiche ‘tradizionali’. Un ulteriore elemento di adesione e di coinvolgimento è dato dal fatto che gli insegnanti del Progetto avrebbero in un secondo tempo sperimentato nelle loro classi metodologie e contenuti appresi e discussi durante il corso di formazione.

È importante sottolineare che il corso di formazione non prevedeva la preparazione di attività didattiche strutturate (Unità didattiche o UDA<sup>41</sup>): l’obiettivo principale era creare una comunità di pari (ricercatori, formatori, tutor e docenti) che riflettesse, discutesse e sperimentasse in prima persona, secondo le proprie professionalità, il nucleo centrale del Progetto: *il laboratorio di matematica con le macchine matematiche*.

Questo articolo cerca di rendere conto della complessità degli elementi fondamentali del corso di formazione, attraverso una descrizione ragionata di quanto è avvenuto negli incontri. In particolare nel secondo paragrafo abbiamo messo in evidenza la struttura del corso che si è svolta in modo omogeneo nelle cinque province coinvolte nel Progetto (Bologna, Modena, Piacenza, Ravenna e Rimini). Nel terzo e quarto paragrafo abbiamo cercato di delineare e approfondire gli elementi fondamentali del corso di formazione attraverso tre esempi paradigmatici di quanto è avvenuto con gli insegnanti. Il quinto paragrafo è una riflessione sul rapporto fra il tema specifico della formazione degli insegnanti, così come è attualmente discusso nella ricerca educativa in didattica della matematica, e la nostra esperienza nel Progetto. Infine l’ultimo paragrafo tratta brevemente i risultati più significativi di questo percorso di formazione, con particolare riferimento al legame fra gli obiettivi iniziali del corso e le sperimentazioni attuate in classe dai docenti.

## **Il corso di formazione nel Progetto MMLab-ER**

### *Insegnanti coinvolti*

La formazione ha coinvolto insegnanti di scuola secondaria di primo e secondo grado (biennio), anche se alcune sedi hanno accolto le richieste di insegnanti di scuola primaria interessati alla tematica e al confronto con la scuola secondaria. Le adesioni hanno visto una presenza forte di insegnanti provenienti dalla secondaria di primo grado e, conseguentemente, anche molte delle sperimentazioni svolte hanno coinvolto questo tipo di scuola (vedi capitolo 8). I docenti dei diversi ordini di scuola hanno condiviso gli stessi contenuti e metodologie in un’ottica di continuità verticale: nello specifico gli insegnanti e i formatori hanno lavorato insieme

---

<sup>41</sup> Unità Didattiche di Apprendimento (D. lgs. 59/2004).

per verificare il potenziale della metodologia laboratoriale e delle macchine matematiche, portando ciascuno la propria esperienza e professionalità.

Gli obiettivi del corso di formazione sono da un lato rivolti allo sviluppo di competenze e metodologie didattiche efficaci per l'apprendimento della matematica attraverso l'uso delle macchine matematiche come strumenti didattici, dall'altro alla discussione di possibili percorsi didattici da attuare in classe, secondo linee guida comuni. È importante sottolineare che il Progetto prevedeva, fin dall'inizio, l'impegno da parte degli insegnanti a sperimentare nelle classi una o più attività di laboratorio con le macchine matematiche. Per questo motivo sono stati forniti strumenti (griglie di progettazione e diari di bordo) da utilizzare per la progettazione e la rendicontazione delle sperimentazioni.

Sono stati coinvolti un'ottantina di insegnanti in servizio sulle cinque province, producendo circa ottanta sperimentazioni (svolte nei Laboratori allestiti per il Progetto e nelle classi) in due anni. I Centri di documentazione e le scuole di appartenenza dei docenti formati hanno, inoltre, organizzato eventi di diffusione e sessioni di laboratorio per studenti e docenti della regione. Nel corso del Progetto una ventina tra formatori e tutor (almeno due formatori e due tutor per ogni sede) hanno guidato la formazione e seguito le sperimentazioni in classe.

### *Gli incontri di formazione*

La progettazione delle attività di formazione è stata curata fin dall'inizio del Progetto da R. Garuti e F. Martignone attraverso la preparazione di materiali, percorsi didattici e riflessioni messi a disposizione di tutte le sedi.

La prima annualità del corso di formazione sulle sedi di Piacenza e Rimini ha generato elementi utili di riflessione, che sono stati poi investiti nella formazione successiva. Nella seconda annualità, allo scopo di condividere le linee guida della formazione con i docenti formatori coinvolti nelle nuove sedi di Bologna, Modena e Ravenna, abbiamo organizzato diversi incontri e fornito ai nuovi formatori diversi materiali, tra cui presentazioni PowerPoint, schede di lavoro, linee guida per percorsi didattici, articoli di ricerca sulle attività laboratoriali e sul Laboratorio delle Macchine di Modena. Inoltre sono stati forniti e discussi gli strumenti per i docenti realizzati nella prima annualità (griglie di progettazione, diari di bordo, filmati) che hanno consentito ai nuovi formatori di guidare la formazione degli insegnanti verso le possibili sperimentazioni da avviare in classe.

La programmazione degli incontri, ognuno di quattro ore, è stata sempre dettagliata all'inizio di ogni annualità nella lettera di invito per i docenti. Un aspetto importante da mettere in luce è che tutte le sedi hanno seguito una struttura co-

mune nella formazione (scansione degli argomenti, ipotesi di percorsi, ecc.) che naturalmente è stata poi gestita dalle sedi provinciali secondo le esigenze dei diversi gruppi di insegnanti. Riportiamo di seguito la scaletta degli incontri e con una breve indicazione dei contenuti trattati.

*Primo incontro.* Il Laboratorio di Matematica e Macchine Matematiche: quadro teorico; il laboratorio di matematica nelle *Indicazioni per il curriculum 2007* e nel *Nuovo Obbligo Formativo*; analisi di un'esperienza di continuità verticale: costruzioni con riga e compasso.

*Secondo incontro.* Costruzioni con riga e compasso; linee guida dei percorsi didattici proposti.

*Terzo incontro.* Attività di esplorazione e analisi dei pantografi per la simmetria assiale e per lo stiramento; ipotesi sulle variazioni dei pantografi studiati.

*Quarto incontro.* Percorsi didattici su simmetria assiale e stiramento; attività di esplorazione e analisi di altri pantografi per le trasformazioni geometriche del piano: nello specifico, pantografi per l'omotetia (Scheiner), per la simmetria centrale, per la traslazione (Kempe) e per la rotazione (Sylvester).

*Quinto incontro.* Percorsi didattici sul pantografo di Scheiner; attività sulle macchine aritmetiche: la Pascalina.

*Sesto incontro.* Attività di esplorazione e analisi di curvigrافی: parabolografo del Cavalieri, ellissografo ad antiparallelogramma, parabolografo, iperbolografo ed ellissografo a filo teso; discussione generale sulle attività svolte.

*Settimo incontro.* Gestito autonomamente da ogni sede, in relazione alle esigenze emerse dai gruppi.

Come si può notare l'attività di formazione ha alternato l'esplorazione di una o più macchine con la presentazione e discussione di possibili percorsi didattici e delle linee guida sottese.

La maggior parte degli incontri ha riguardato le attività con riga e compasso e con pantografi per le trasformazioni geometriche del piano (quattro incontri) perché questi si prestavano maggiormente a un utilizzo didattico comune ai diversi ordini di scuola. Il materiale di formazione è stato sempre messo a disposizione sul sito del Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena nella sezione dedicata al Progetto regionale MMLab-ER<sup>42</sup>.

---

<sup>42</sup> [www.mmlab.unimore.it/online/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna.htm](http://www.mmlab.unimore.it/online/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna.htm).



### *Gli obiettivi della formazione*

Due sono gli obiettivi che hanno caratterizzato la progettazione e la realizzazione della formazione degli insegnanti coinvolti nel Progetto MMLab-ER: l'idea di laboratorio di matematica e le attività con le macchine matematiche.

### *Il laboratorio di matematica*

*“Il termine laboratorio rimanda al lavoro, alle dimensioni dell'agire e del fare. In qualche modo evoca anche laboriosità e quindi attenzione, coinvolgimento, partecipazione al processo di costruzione del prodotto. Quando si parla di laboratorio di matematica [...] lo si fa spesso per evocare un modello di insegnamento-apprendimento diverso dalla lezione, ossia quello che contraddistingue le azioni che si esercitano nei luoghi e nelle istituzioni preposte all'educazione e all'istruzione.[...] Il laboratorio fa pensare a un coinvolgimento del corpo e della mente, la lezione evoca una partecipazione esclusivamente intellettuale”* (Paola, 2008). Inoltre *“La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività”* (UMI, 2003)<sup>43</sup>. In queste citazioni ritroviamo molti degli elementi che ci hanno guidato nelle attività di formazione che avevano lo scopo di coinvolgere direttamente gli insegnanti in attività di didattica laboratoriale per consentire loro di organizzare e gestire attività di laboratorio di matematica nelle loro classi.

Lo strumento principale che abbiamo utilizzato per descrivere e analizzare le attività nel laboratorio di matematica è il costrutto della mediazione semiotica introdotto da Bartolini Bussi e Mariotti (2009), nel quale si mettono in evidenza le relazioni tra contenuti matematici, ruolo dell'insegnante, strumenti (macchine matematiche e software di geometria dinamica) e studenti.

La didattica laboratoriale, in quanto collegata a processi esplorativi di situazioni problematiche e/o di strumenti e a momenti di confronto e interazione sociale, favorisce lo sviluppo di processi argomentativi importanti per l'acquisizione di competenze significative nell'educazione matematica degli studenti.

### *Le attività con le macchine matematiche*

Negli anni che hanno preceduto il Progetto MMLab-ER, il gruppo del Laboratorio delle Macchine Matematiche dell'Università di Modena e Reggio Emilia ha condotto diverse attività di ricerca e sperimentazione (Ferri, Mariotti, Bartolini Bussi, 2005; Bartolini Bussi, Maschietto, 2006; Maschietto, Martignone, 2008; Mar-

---

<sup>43</sup> *La matematica per il cittadino*, in <http://umi.dm.unibo.it/scuola-99.html>.

tignone, 2009). Il Progetto regionale ha offerto l'opportunità di ripensare ai materiali e alle ricerche svolte, portando innovazioni e approfondimenti. È importante sottolineare che nella formazione del Progetto la nostra attenzione si è rivolta in particolar modo alle potenzialità che le attività con le macchine matematiche offrono nello sviluppo di processi esplorativi<sup>44</sup>. La possibilità di esplorare e manipolare fisicamente oggetti, come ad esempio pantografi e curvigraphi, insieme ad appropriati percorsi, compiti e richieste, induce, a nostro avviso, modalità di esplorazione e di costruzione di significati matematici difficilmente riscontrabili in altre situazioni. Da questo punto di vista le attività con le macchine matematiche danno l'opportunità a docenti e allievi di produrre ipotesi relative al funzionamento della macchina e, eventualmente, argomentazioni che mettono in relazione il funzionamento della macchina con la matematica in essa incorporata.

### **Gli elementi cruciali della formazione**

In questo paragrafo dettaglieremo, per ciascuno degli obiettivi della formazione, gli elementi fondamentali che ne hanno caratterizzato la progettazione e la realizzazione.

#### *La formazione sul laboratorio di matematica*

Gli elementi principali di cui si è tenuto conto nella costruzione del percorso di formazione del Progetto MMLab-ER sulla didattica laboratoriale sono stati:

- a) attenzione agli aspetti legati all'*interazione* tra pari (in questo caso gli insegnanti in formazione) e con esperti (docenti formatori), in particolare su:
  - confronto di strategie di soluzione di un problema. Ad esempio, durante le attività proposte con riga e compasso sono emerse costruzioni geometriche diverse a cui sono sottese proprietà matematiche diverse. Agli insegnanti è stato richiesto di presentare la propria costruzione, esplicitando le ipotesi che li avevano guidati, e di confrontarle con quelle dei colleghi rilevando analogie, differenze e motivazioni;
  - discussione matematica sulle esplorazioni e sulle congetture prodotte. Le esplorazioni delle macchine matematiche sono state svolte in piccolo gruppo e al termine di ogni esplorazione si è tenuta una discussione matematica, orche-

---

<sup>44</sup> Questa attenzione verso i processi esplorativi si collega a filoni di ricerca svolte da R. Garuti sulla relazione fra processi argomentativi e dimostrativi (Boero *et al.*, 2007; Garuti, 2009) e da F. Martignone sui processi cognitivi in attività di *problem solving* (Tesi di dottorato in didattica della matematica, 2007).

strata dal formatore, per condividere, confrontare e mettere in luce i diversi aspetti legati alle attività con le macchine (epistemologici, cognitivi e didattici);

- analisi di discussioni matematiche. Durante le attività di formazione sono stati presentati e analizzati esempi di discussione matematica in classe con lo scopo di evidenziare il ruolo dell'insegnante (scelta delle consegne, degli elaborati degli studenti utili per il confronto, fase di istituzionalizzazione, ecc.), le possibili modalità di intervento dell'insegnante (rispecchiamento, parafrasi, ecc.) e le diverse tipologie di discussione matematica (discussioni di bilancio, di concettualizzazione, ecc.) (Bartolini, Boni, Ferri, 1995).

b) Attenzione agli aspetti legati all'analisi dei *processi esplorativi e argomentativi* che si possono sviluppare nel laboratorio di matematica. Congetturare e dimostrare in matematica sono riconosciute in tutto il mondo come sfide educative importanti, in quanto aspetti caratterizzanti della cultura e dell'educazione matematica. Sono inoltre considerate dagli insegnanti come alcune delle principali difficoltà che gli studenti incontrano, come emerge dalle indagini comparative internazionali e nazionali (TIMMS, PISA, INVALSI)<sup>45</sup>. Questo aspetto è ben presente sia nelle *Indicazioni per il curricolo* del 2007 (primo ciclo di istruzione), sia nel *Nuovo Obbligo di Istruzione* (biennio scuola secondaria di secondo grado). Al fine di creare un'attenzione e una consapevolezza dei docenti su questo tema abbiamo dato ampio spazio ai seguenti momenti:

- riflessioni sui propri processi esplorativi e argomentativi. In tutte le attività proposte è sempre stato richiesto agli insegnanti di descrivere in modo puntuale, per quanto possibile, il processo che porta a risolvere un certo problema dato, ad esempio una costruzione geometrica, oppure a esplicitare le argomentazioni a sostegno della produzione di una certa ipotesi, ad esempio un'ipotesi sul funzionamento di una macchina matematica. In questo modo si è cercato di spostare l'attenzione degli insegnanti dal prodotto (risultato di una costruzione o riconoscimento delle leggi matematiche implementate dalla macchina) al processo che lo aveva generato;
- riflessioni sui processi esplorativi e argomentativi altrui. Durante le discussioni agli insegnanti è stato richiesto di analizzare i processi esplorativi e argomentativi prodotti dai colleghi, con lo scopo di individuare le radici di certe co-

<sup>45</sup> Nella prova nazionale INVALSI di matematica alla fine del primo ciclo di istruzione del giugno 2010 i tre quesiti ritenuti dai docenti più difficili erano quelli in cui si chiedeva o di giustificare una risposta o di mostrare i calcoli fatti per arrivare alla risposta. Per informazioni sulle ricerche citate vedi <http://www.invalsi.it/invalsi/index.php>.

struzioni o congetture, e di analizzare il percorso di risoluzione realizzato. Si è cercato di portare gli insegnanti a prestare attenzione sia a differenti possibili strategie e/o processi argomentativi simili a quelli che potrebbero emergere in classe, sia alla ricchezza che il confronto di strategie diverse può apportare all'attività didattica in classe, facendone così un importante strumento didattico.

Per realizzare quanto scritto sopra abbiamo fatto sì che gli insegnanti si trovassero, con le ovvie differenze, in situazioni di apprendimento analoghe a quelle in cui possono trovarsi gli studenti (lavoro di gruppo, discussioni collettive orchestrate da un docente esperto, ecc.). Inoltre abbiamo individuato compiti e situazioni tali da rappresentare una 'sfida' per gli insegnanti secondo diversi punti di vista. Le macchine matematiche erano per lo più oggetti sconosciuti ai docenti, che quindi hanno esplorato e analizzato "*come se fossero studenti di fronte a qualcosa di nuovo da capire*", e le richieste erano orientate alla produzione di congetture e dimostrazioni.

#### *La formazione degli insegnanti con le macchine matematiche*

Gli elementi principali di cui si è tenuto conto nella progettazione degli incontri sulle macchine matematiche sono stati:

- a) attenzione agli *aspetti storici ed epistemologici* relativi alle macchine: la proposta di strumenti storici (ossia appartenenti alla fenomenologia della storia della matematica) e presenti in oggetti della vita quotidiana (appendiabiti, tergicristalli, carrelli elevatori, ecc.) è una scelta originaria e originale del gruppo di ricerca del Laboratorio delle Macchine Matematiche. Questi strumenti hanno uno spessore culturale, in quanto prodotto dell'evoluzione della storia della matematica, e incorporano elementi espliciti del sapere matematico.
- b) Tutte le attività di esplorazione delle macchine matematiche hanno come denominatore comune *quattro domande chiave*. L'esplorazione, la produzione di ipotesi, i processi argomentativi e la costruzione di dimostrazioni, infatti, sono stati sempre guidati dalle seguenti domande:
  - *Come è fatta la macchina?* Con questa prima domanda si vuole focalizzare l'attenzione dei docenti sulle componenti fisiche della macchina matematica, analizzata quindi come artefatto<sup>46</sup>: ad esempio, nei sistemi articolati la lunghezza e il confronto tra le aste, la presenza di punti fissi e di scanalature.

<sup>46</sup> "Un *artefatto* è l'oggetto materiale o simbolico di per sé. [...] Lo *strumento* è [...] un'entità mista composta sia da componenti legate alle caratteristiche dell'artefatto che da componenti soggettive (*schemi d'uso* messi in campo da un soggetto quando è assegnato un compito da risolvere con l'aiuto di un artefatto)" (Rabardel, 1995), vedi capitolo 4.

- *Cosa fa la macchina?* L'attenzione si sposta verso la macchina matematica come strumento. Si passa da una fase di esplorazione della struttura della macchina in relazione ai movimenti possibili (posizioni limite, zone di piano raggiungibili dalla macchina, gradi di libertà dei diversi punti, ecc.), all'appropriazione degli schemi d'uso della macchina (individuare puntatore e tracciatore, ricalcare e/o tracciare figure nel caso dei pantografi; eseguire addizioni e sottrazioni nel caso della Pascalina, ecc.). Questa esplorazione mira alla generazione di congetture sul funzionamento della macchina.
- *Perché lo fa?* La domanda vuole stimolare la produzione di argomentazioni a sostegno delle ipotesi prodotte nel punto precedente. Le argomentazioni possono basarsi su considerazioni fisico-meccaniche legate alla struttura e al movimento della macchina, oppure sull'individuazione delle proprietà matematiche incorporate in queste. A questo processo di produzione di argomentazioni può seguire la costruzione delle dimostrazioni delle congetture prodotte.
- *Cosa succederebbe se...?* La domanda coinvolge possibili modifiche nella struttura della macchina e quindi la produzione di ipotesi sui cambiamenti nel funzionamento e nei risultati della macchina.

Queste quattro domande sono state l'impianto fondamentale sul quale si sono basate sia le attività durante il corso di formazione, sia le sperimentazioni in classe. Per vincoli dovuti allo spazio a disposizione in questo volume, non potremo descrivere tutte le attività svolte nella formazione, ma riporteremo nei paragrafi successivi alcuni esempi significativi di attività e questioni didattiche affrontate negli incontri. Tutti i materiali utilizzati per gli incontri di formazione sono consultabili sul sito del laboratorio delle macchine matematiche nella sezione dedicata alla formazione<sup>47</sup>.

### Alcuni esempi paradigmatici

L'utilizzo delle macchine matematiche in didattica, come ogni altro tipo di strumento, può avere obiettivi differenti secondo le diverse tipologie di percorsi didattici che ne sfrutteranno alcune caratteristiche piuttosto che altre. Ad esempio, nelle sperimentazioni che hanno preceduto il Progetto, uno degli obiettivi principali delle attività svolte con le macchine matematiche era di utilizzarle per introdurre (o consolidare) le leggi matematiche che esse incorporano. Nelle attività proposte durante la formazione la nostra scelta è stata di utilizzare le macchine so-

---

<sup>47</sup> <http://www.mmlab.unimore.it/online/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna/Formazione nelle Province.html>.

prattutto con compiti e percorsi che favorissero lo sviluppo dei processi di produzione di congetture, di argomentazione e di costruzione di dimostrazioni.

In questo paragrafo presenteremo tre attività svolte con gli insegnanti, focalizzando l'attenzione sugli elementi cruciali della formazione.

*Attività con riga e compasso: costruzione di un triangolo isoscele*

Questo esempio ha lo scopo di chiarire gli aspetti legati all'interazione nel laboratorio di matematica su cui abbiamo lavorato con i docenti del corso. L'obiettivo era di introdurre gli insegnanti alla metodologia del laboratorio di matematica in modo che emergessero gli aspetti legati all'interazione tra pari e con gli esperti e i processi esplorativi e argomentativi coinvolti.

La prima attività si è svolta utilizzando una macchina matematica già conosciuta da tutti i corsisti: il compasso. Abbiamo scelto di cominciare con una macchina matematica fondante la storia della matematica e ampiamente utilizzata in classe perché consentiva di semplificare la fase di esplorazione della macchina, entrando immediatamente nel contesto metodologico del laboratorio. Inoltre questa fase del corso ha avuto anche lo scopo di proporre agli insegnanti una rivalutazione delle costruzioni con riga e compasso nell'insegnamento-apprendimento della matematica. Il compasso, infatti, seppur molto usato a scopi pratici, non è spesso analizzato nei suoi aspetti teorici e nel suo ruolo nella storia della matematica (ad esempio in testi classici come gli Elementi di Euclide). Seguendo le linee guida del corso, sono state proposte attività e consegne che favorissero la generazione di processi argomentativi sul perché una costruzione produce un certo risultato (procedure e teoria), seguite da momenti collettivi il cui scopo era capire le costruzioni altrui, confrontando una varietà di possibili costruzioni, spingendo gli insegnanti a esplicitare e condividere con i colleghi i processi e le procedure che avevano generato le loro costruzioni.

Inizialmente sono stati messi in luce gli schemi d'uso del compasso (trasporto di misura e traccia di circonferenze), poi è stato dato il seguente compito: *costruire un triangolo isoscele utilizzando riga e compasso*. Questa scelta è stata fatta per diverse motivazioni: è una figura geometrica la cui definizione e le cui proprietà sono note fin dai primi anni di scuola e, inoltre, sono possibili diverse strategie per la sua costruzione. La consegna è volutamente lasciata aperta (non si dice: *costruire un triangolo isoscele, dati i lati*) perché, così facendo, è più probabile la genesi di strategie diverse di costruzione.

Nella progettazione dell'attività abbiamo individuato quattro possibili strategie di costruzione:

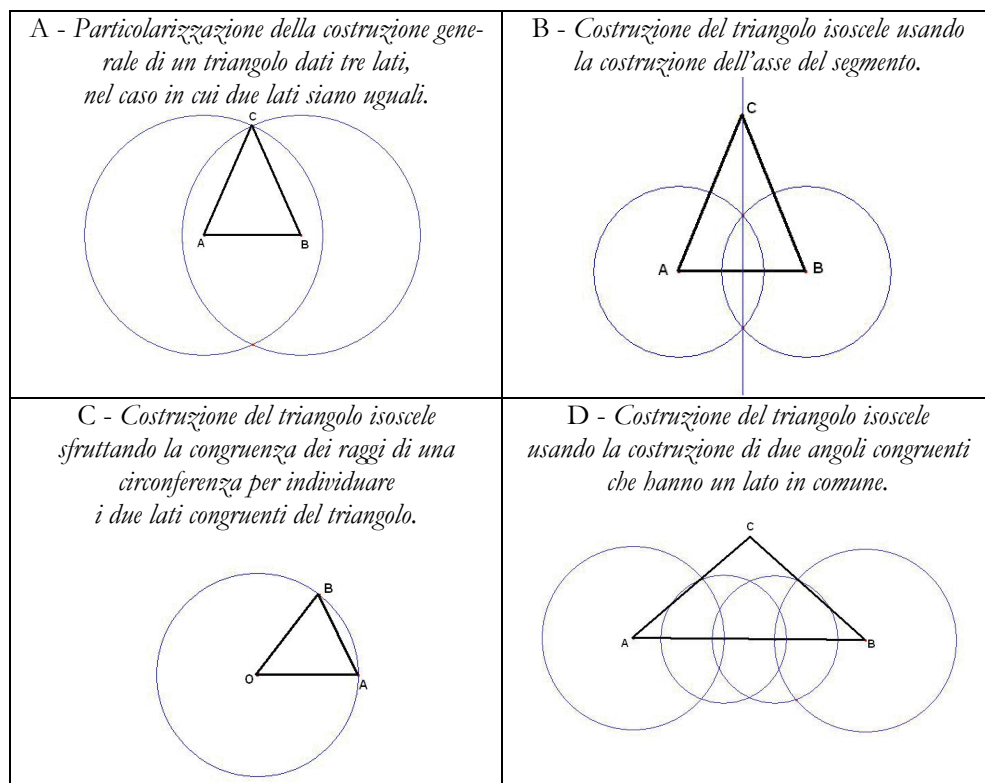


Figura 1 - Costruzioni con riga e compasso del triangolo isoscele

Le prime due strategie (A e B) sono state, com'era prevedibile, le più utilizzate perché parte delle pratiche solitamente usate a scuola. Gli insegnanti spesso hanno detto “questa è la costruzione che conosco” oppure “i ragazzi studiano questa in tecnica” o ancora “di solito con i fogli quadrettati si fa l'asse”. Le altre due costruzioni (C e D) sono state meno frequenti perché si basano rispettivamente sulle proprietà di una figura diversa dal triangolo isoscele, la circonferenza, e sulla costruzione, non consueta, di angoli congruenti con riga e compasso.

Il confronto tra queste diverse strategie è avvenuto attraverso una discussione collettiva per focalizzare l'attenzione degli insegnanti su come lo stesso prodotto finale (il triangolo isoscele) potesse avere origini e percorsi di costruzione diversi, facendo emergere anche l'importanza dell'analisi delle motivazioni delle scelte (conoscenze teoriche, pratiche, ecc.) e del ruolo dello strumento in questo processo. In particolare è stato oggetto di discussione il fatto che partendo dalla stessa pro-

prietà si hanno costruzioni diverse e quindi processi diversi: ad esempio, la costruzione che sfrutta i raggi di una circonferenza (C) e la costruzione di un triangolo dati due lati congruenti (A) partono dalla stessa proprietà del triangolo isoscele (avere due lati uguali), ma seguono percorsi di costruzione diversi. Queste costruzioni sfruttano anche schemi d'uso diversi dello strumento: nel primo caso, il compasso è usato per generare un luogo di punti la cui proprietà è utilizzata per individuare triangoli isosceli (basta scegliere due punti a caso sulla circonferenza, unirli con il centro e tra loro con segmenti); nel secondo caso si sceglie la lunghezza di due segmenti e si usa il compasso per trasportarne la misura. Naturalmente si sono discusse anche le costruzioni che partono da proprietà diverse del triangolo isoscele, analizzando come si ottengono costruzioni diverse; nello specifico la costruzione B sfrutta la presenza di un asse di simmetria e la D il fatto che il triangolo isoscele ha due angoli uguali.

Come si evince da questa breve descrizione, durante il corso si è fatto lo sforzo di rendere espliciti molti degli aspetti, che spesso rimangono impliciti, relativi alle motivazioni delle scelte e ai processi coinvolti. Tutto questo è stato poi reinvestito nelle sperimentazioni in classe nelle quali è stato dato largo spazio a discussioni collettive sui diversi processi risolutivi prodotti dagli studenti.

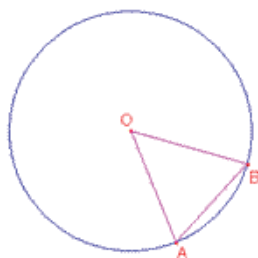
Dopo l'attività sul triangolo isoscele, sono stati affrontati altri compiti di costruzione, tra cui quello di “*costruire due rette parallele fra loro*”, mantenendo sempre la stessa metodologia di confronto. Altri compiti sono stati, invece, generati dalla discussione tra i docenti. Un insegnante, ad esempio, aveva osservato che: “*Prolungando i lati del triangolo isoscele costruito nella circonferenza [costruzione C] si ottengono le diagonali di un rettangolo. Quindi posso costruire le due rette parallele*”. Questa osservazione ha portato alla costruzione di un compito da utilizzare con altri gruppi di insegnanti. “*Di seguito sono riportate due costruzioni geometriche (svolte con riga e compasso) che rappresentano il primo passo (A) e l'ultimo passo (B) di un elaborato di uno studente al quale era stato richiesto di costruire due rette parallele (vedere figura alla pagina successiva).*”

1) *Qual è il legame tra la prima e la seconda figura?*

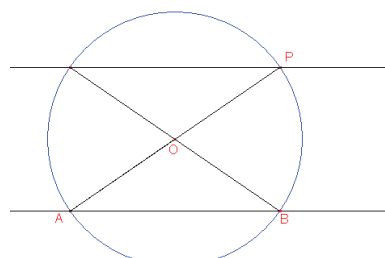
2) *Perché le due rette costruite in B sono parallele?*

3) *Provare ad applicare la costruzione precedente per risolvere il seguente problema: 'Data una retta  $r$  e un punto  $P$  esterno a essa, costruire la retta parallela a  $r$  passante per  $P$ '. Spiegare i passaggi effettuati'.*





Passo A



Passo B

La richiesta propone una situazione (un'ipotetica costruzione di uno studente) in cui sono presenti il primo passo (elemento generatore) e il prodotto finale. Qui il processo non è esplicitato e gli insegnanti devono cercare di ipotizzarlo (domanda 1), trovarne le giustificazioni (domanda 2) e infine (domanda 3) usare il procedimento individuato adattandolo a un altro compito.

Queste attività avevano lo scopo di sviluppare negli insegnanti una forte attenzione e consapevolezza sui processi degli studenti e di sensibilizzarli sulle potenzialità dell'analisi dei processi sia quando analizzano gli elaborati dei ragazzi, sia quando progettano attività da svolgere in classe. Lo sviluppo di questo tipo di sensibilità e attenzione ai processi non è solo utile agli insegnanti per capire meglio le risoluzioni dei propri studenti (le peculiarità nei loro ragionamenti e possibili errori o misconcezioni), ma fa emergere caratteristiche importanti del 'fare matematica' che non sono ridotte alla sola manipolazione di simboli e alla riproduzione di dimostrazioni lette sui libri.

#### *Attività di esplorazione dei pantografi per la simmetria assiale e per lo stiramento*

Il pantografo per la simmetria assiale e quello per lo stiramento<sup>48</sup> sono stati il primo incontro con macchine matematiche non 'consuete'. L'attività con queste due macchine è esemplificativa del ruolo che hanno giocato le *quattro domande chiave* nell'esplorazione finalizzata alla produzione di congetture e successive giustificazioni. La prima macchina analizzata è stata il pantografo per la simmetria assiale.

- a) *Come è fatta la macchina?* L'esplorazione della macchina si gioca spesso su due livelli interconnessi fra loro: aspetti fisici e aspetti geometrici. Non vi è nessun problema per gli insegnanti a identificare le componenti fisiche della macchina:

<sup>48</sup> I pantografi sono descritti nelle schede delle macchine di questo volume (vedi capitolo 5).

quattro aste rigide, uguali fra loro, due punti fissi che si muovono lungo una scanalatura e due punti liberi che si muovono nel piano. Questa descrizione è spesso accompagnata da osservazioni del tipo: *“le aste formano un rombo”* e la scanalatura è riconosciuta come diagonale del rombo. In questa prima fase si costruisce un linguaggio comune: vincoli, gradi di libertà, configurazioni limite, ecc.

- b) *Cosa fa la macchina?* Nella produzione della congettura entra in gioco la relazione tra i punti tracciatori<sup>49</sup> *“se si muove P, si muove anche Q”* oppure *“se P va verso l’alto Q va verso il basso e gli altri due vertici si avvicinano alla scanalatura”*. In questa fase è importante che gli insegnanti stiano al gioco dell’esplorazione per provare a mettersi nella stessa situazione dei ragazzi. Le osservazioni sul movimento del puntatore e del tracciatore sono, infatti, quelle che in genere gli studenti investono nelle giustificazioni delle congetture prodotte. È anche importante, per una prima esplorazione dello strumento, lasciare il tempo per acquisire quelle abilità manuali che consentono di disegnare figure con i pantografi. I docenti, come i ragazzi, diventano presto abili in questa tecnica e i tempi delle esplorazioni nelle macchine successive si riducono di molto. Inoltre è in questa fase che vengono affinate dagli insegnanti abilità sulla scelta delle figure da disegnare; tale scelta è anche orientata ai processi da attivare in classe e per questo si scelgono, ad esempio, figure simmetriche e altre che non lo sono.
- c) *Perché lo fa?* La fase argomentativa è per i docenti non difficile e legata alla struttura del sistema articolato (caratteristiche geometriche del rombo). In questo caso la cosa importante è cogliere che per i ragazzi la soluzione potrebbe non essere così scontata, ad esempio se gli studenti non hanno conoscenze pregresse sulla simmetria assiale oppure se non riescono a investire nella giustificazione le proprietà del rombo che conoscono. Nelle sperimentazioni osserviamo, infatti, che le argomentazioni degli studenti sono strettamente legate alla fase esplorativa precedente e di nuovo aspetti geometrici e dinamici sono interconnessi: *“fa quel disegno perché se spostato il puntatore, allora il tracciatore si muove allo stesso modo, ma in modo simmetrico”* oppure *“se spostato il puntatore si sposta anche il tracciatore, ma mantengono sempre la stessa distanza dalla retta s”* e ancora *“perché il rombo ha un asse di simmetria che corrisponde alla diagonale che poi è la scanalatura della macchina”*.

---

<sup>49</sup> Nei pantografi per le trasformazioni geometriche del piano c’è un foro in ognuno dei due punti che si corrispondono nella trasformazione in cui possono essere inserite delle mine scriventi, per questo sono chiamati tracciatori. Secondo l’azione svolta, questi punti assumono ruoli diversi: ad esempio si distingue tra puntatore e tracciatore quando il primo guida l’azione, ricalcando o generando una figura nuova, e il secondo crea la trasformata. I ruoli di puntatore e tracciatore sono interscambiabili.

Sono spesso le stesse argomentazioni che portano i docenti, salvo poi spostarsi velocemente verso le proprietà matematiche della figura del sistema articolato. È importante che i docenti colgano le relazioni fra le due fasi: esplorativa e argomentativa senza avere fretta di arrivare a una dimostrazione rigorosa. In questo caso è il processo che interessa, più che il prodotto matematico fatto e finito.

- d) *Cosa succederebbe se...?* L'ultima fase, che si configura come una situazione di risoluzione di un problema, è quella che, in questa attività, ha costituito una certa sfida per gli insegnanti. È stato chiesto di immaginare di modificare la struttura della macchina rispetto alla figura del sistema articolato mantenendo però la trasformazione geometrica. Questa prima parte non è stata difficile e subito hanno individuato il deltoide al posto del rombo come possibile variazione. È a questo punto che molti docenti si sono appassionati a queste possibili macchine 'modificate' chiedendosi non tanto se si manteneva la trasformazione, ma piuttosto se le variazioni delle macchine avrebbero portato a una qualche trasformazione conosciuta oppure no. Questa sfida, interessante anche per i formatori, ha portato alla costruzione, fisica e/o virtuale (attraverso simulazioni con software di geometria dinamica), di macchine matematiche 'nuove', per le quali non era assolutamente banale individuare il tipo di prodotto che si poteva ottenere. L'esperienza, immaginata e non fisicamente esperita, ha dato un forte impulso al coinvolgimento degli insegnanti tanto che nelle successive sperimentazioni in classe è spesso stata riproposta. Nella figura sottostante riportiamo le variazioni apportate al primo pantografo (mantenendo il quadrilatero come struttura articolata e le aste uguali a due a due) e il prodotto di tali macchine virtuali:

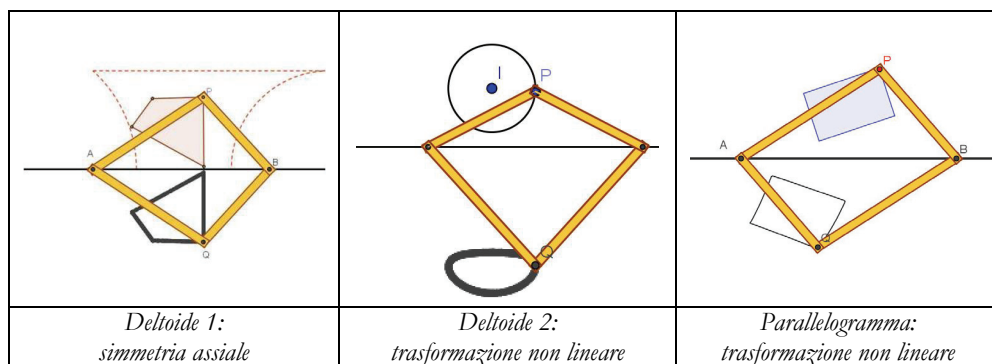


Figura 2 - Variazioni sul pantografo per la simmetria assiale

La seconda macchina analizzata, seguendo un ideale percorso didattico con la prima, è stata il pantografo per lo stiramento (Delunay). La figura del sistema articolato è la stessa (un rombo) e la trasformazione che si ottiene non è più un'isometria, ma uno stiramento. Pur seguendo il percorso precedente (*Come è fatta? Cosa fa? Perché lo fa? Cosa succederebbe se?*) l'analisi è stata più veloce in quanto i docenti si erano già appropriati degli schemi esplorativi (movimento, individuazione di punti fissi, vincoli, configurazioni limite, ecc.) e di alcuni schemi d'uso. Per questo pantografo l'esplorazione e la fase di produzione della congettura sono avvenute per confronto con il pantografo per la simmetria assiale. In questo caso la scelta delle figure da disegnare con la macchina, rispetto alle quali gli insegnanti acquisiscono una competenza importante per la gestione del percorso in classe, ha seguito certi schemi. Si sono disegnate prima figure con elementi paralleli e perpendicolari alla scanalatura, poi con solo elementi o paralleli o perpendicolari e infine figure con nessuno di questi elementi. La dimostrazione non ha comportato nessuna difficoltà per i docenti. La quarta fase (*Cosa succederebbe se...?*) in questo caso, si è giocata sia sulla modifica dei punti di inserimento della scanalatura che ne determinano il rapporto di stiramento, sia sulle variazioni del rombo, in modo analogo al pantografo precedente.

In generale, quasi sempre, la richiesta di variare le macchine studiate ha rappresentato una sfida per docenti e formatori, a volte con ipotesi fantasiose come nell'esempio sottostante (figura 3), dove si è immaginato un sistema articolato formato da tre rombi articolati, collegati fra loro, e fissati al piano in un punto O. La difficoltà era immaginare quale trasformazione una siffatta macchina poteva svolgere; questa macchina è stata costruita 'solo' virtualmente con l'ausilio di un software di geometria dinamica.

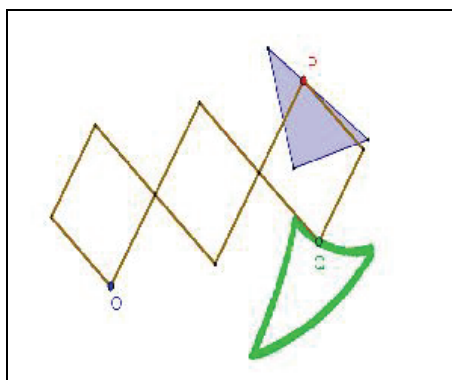


Figura 3 - La macchina dei tre rombi

Questo tipo di attività è stato, a volte, reinvestito nei percorsi di sperimentazione facendo fare ipotesi di variazioni ai ragazzi e fornendo aste rigide di diversa lunghezza per la costruzione di sistemi articolati ‘nuovi’ e per la verifica delle ipotesi prodotte.

### *Congetture e dimostrazioni sul pantografo di Scheiner*

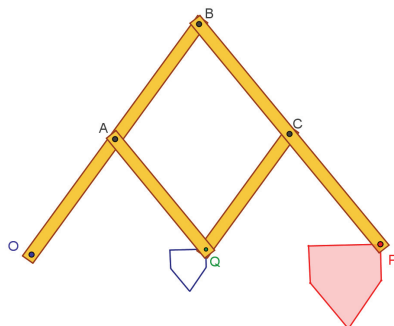
Il pantografo di Scheiner<sup>50</sup>, spesso identificato come ‘il pantografo’, è uno strumento usato, nella storia e ancora oggi, come strumento per disegnare o incidere figure in proporzione. Per questi suoi diversi usi nel quotidiano, il pantografo di Scheiner si presta a diversi approcci che hanno suggerito percorsi didattici in cui questo strumento è stato esplorato per essere riprodotto, oppure per favorire la concettualizzazione della trasformazione in esso incorporata (omotetia) e per incoraggiare la dimostrazione del perché la struttura della macchina garantisca la realizzazione dell’omotetia.

In questo esempio focalizziamo la nostra attenzione sulla parte dedicata alla costruzione della dimostrazione. La produzione della congettura non è difficile per gli insegnanti che riconoscono nel prodotto della macchina un ingrandimento (o un rimpicciolimento). Durante la prima fase di esplorazione essi analizzano gli elementi che costituiscono la struttura della macchina: “*le aste rimangono parallele durante i movimenti*”, “*la lunghezza di alcune aste è uguale*”, “*le aste formano un rombo*”. Inoltre vengono evidenziate figure ottenute completando parti della struttura (elementi aggiuntivi): “*si riconoscono due triangoli uguali*” oppure “*unendo i punti tracciatori con il punto fisso si ottiene una retta*”. Questi argomenti diventano cruciali per la successiva costruzione della dimostrazione.

Per dimostrare che il pantografo di Scheiner può tracciare figure omotetiche, è necessario dimostrare che durante i movimenti del sistema articolato i punti tracciatori rimangono allineati e a una distanza proporzionale da un punto fisso. La dimostrazione dell’allineamento dei punti può prendere strade diverse. Chi individua nella struttura della macchina due triangoli congruenti e un rombo sfrutta il fatto che “*la somma degli angoli è un angolo piatto*” (dimostrazione B), invece, chi individua la similitudine tra il triangolo formato dalle aste lunghe e il triangolo più piccolo (dimostrazione A) utilizza “*l’uguaglianza degli angoli corrispondenti*”. Riportiamo due dimostrazioni prodotte dai docenti esemplificativi dei due diversi percorsi dimostrativi.

<sup>50</sup> Vedi scheda sul pantografo di Scheiner nel capitolo 5 di questo volume.

*Due dimostrazioni sul pantografo di Scheiner*



*A - Per come è stato costruito il pantografo, il triangolo OBP è simile al triangolo OAQ: infatti le aste sono incernierate in modo da formare un rombo ( $AB=AQ=QC=CB$ ) e A e C sono incernierati nei punti medi rispettivamente di OB e BP. In tutte le configurazioni possibili del sistema articolato, quindi, i punti O, P e Q rimangono allineati, visto che l'angolo BOQ è congruente all'angolo BOP (angoli corrispondenti di triangoli simili) e il rapporto tra OQ e OP è costante (dato dal rapporto di similitudine dei triangoli di cui questi segmenti sono lati corrispondenti).*

*B - Il pantografo è formato da quattro aste a due a due uguali e di lunghezza una il doppio dell'altra, collegate in modo che le due aste più corte siano incernierate alle più lunghe nel punto medio di queste. Si formano così due triangoli isosceli OAQ e QCP che sono congruenti per il primo criterio di congruenza:*

*$OA=AQ=QC=CP$  (per come sono state scelte le lunghezze delle aste) e gli angoli OAQ e QCP sono congruenti ( $AQ$  è parallelo a BP e OB è parallelo a CQ, essendo AQCB un rombo). Per questo OQ rimarrà sempre congruente a PQ e quindi il rapporto tra OP e OQ sarà sempre costante. Inoltre O, P e Q sono allineati perché  $OQA + AQC + PQC$  è un angolo piatto congruente alla somma degli angoli interni del triangolo OAQ: infatti,  $OQA = PQC$  (perché angoli alla base di triangoli isosceli congruenti) e  $AQC = QAO$  (angoli alterni interni di rette parallele tagliate da una trasversale)*

Questa attività mette in luce come per la costruzione della dimostrazione l'acquisizione di elementi nella fase di esplorazione dello strumento è fondamentale, poiché focalizzare l'attenzione solo sui prodotti della macchina (vedere cosa fa, senza curarsi troppo di come è fatta) può diventare un possibile ostacolo alla costruzione della dimostrazione in quanto possono venire a mancare gli elementi di giustificazione della congettura. Gli insegnanti si rendono conto sia della stretta connessione tra il processo di produzione di una congettura, la ricerca di argomenti giustificativi e la costruzione della dimostrazione, sia dell'importanza, da un punto di vista didattico, di tenere insieme processi argomentativi e dimostrativi. Le attività con le macchine, per i loro aspetti dinamici e per il fatto che incorporano leggi matematiche, sembrano essere un ambiente particolarmente favorevole per la genesi e lo sviluppo di questi processi e per la messa in luce dei legami tra la fase argomentativa e quella dimostrativa.

## Le competenze degli insegnanti: uno sguardo alla ricerca

Il tema delle competenze tipiche degli insegnanti di matematica è trattato e studiato in tutto il mondo, assumendo oggi un rilievo addirittura di ricerca specifica da parte dei didatti della matematica.

### *L'era degli insegnanti*

In un importante articolo sul mutuo rapporto fra ricerca e pratica nell'educazione matematica, A. Sfard (2005) conclude la sua analisi sullo stato dell'educazione matematica, osservando che possiamo considerare i primi anni del nuovo millennio come *l'era degli insegnanti* per il fatto che la maggior parte delle ricerche internazionali si occupa di insegnanti (concezioni, formazione, competenze, ecc.). Gli ultimi due decenni del secolo scorso sono, invece, da considerarsi come *l'era degli allievi*, in quanto le ricerche erano spesso concentrate sui processi di apprendimento della matematica. Infine gli anni '60 e '70 hanno rappresentato *l'era del curriculum* poiché l'attenzione era focalizzata sull'innovazione dei curricula e sulla produzione di libri di testo adeguati. La Sfard chiude il suo articolo affermando: “*Considero la ri-concettualizzazione della relazione fra insegnanti e ricercatori un grande balzo per la ricerca [in didattica] che può giocare un ruolo importante nel costruire e migliorare la pratica [didattica]*”.

In effetti, negli ultimi anni gli studi sulla formazione e il ruolo degli insegnanti si sono moltiplicati. Tanto per fare un esempio, all'ultimo congresso di PME 2009<sup>51</sup> tenutosi a Salonicco, sia la tavola rotonda sia uno dei forum di ricerca, hanno riguardato diversi aspetti della formazione degli insegnanti di matematica.

### *L'evoluzione di un concetto: la conoscenza pedagogica del contenuto*

Nel 1986 Shulman, allora presidente di AERA<sup>52</sup>, richiamava l'attenzione sull'importanza della “conoscenza tipica dell'insegnante”. Egli proponeva tre categorie di conoscenza per gli insegnanti: la conoscenza della disciplina (*Subject Matter Knowledge, SMK*), la conoscenza pedagogica dei contenuti (*Pedagogical Content Knowledge, PCK*) e la conoscenza del curriculum (*Curricular Content Knowledge, CCK*). In particolare Shulman definiva la conoscenza pedagogica dei contenuti (PCK) come “*quella particolare forma di conoscenza dei contenuti che incorpora gli aspetti più vicini alla loro trasposizione nell'insegnamento*” (Shulman, 1986); egli caratterizzò inoltre questo termine come “*quello speciale amalgama*

<sup>51</sup> *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, <http://igpme.org/>. Il gruppo PME si è sviluppato come uno dei più interessanti esempi di cooperazione internazionale nel campo della ricerca sulla didattica della matematica.

<sup>52</sup> AERA è la più importante organizzazione internazionale di professionisti dell'educazione; <http://www.aera.net/>.

di contenuto e pedagogia che è tipico degli insegnanti, la loro speciale forma di comprensione professionale?” (Shulman, 1986). Anche se oggi il termine competenza è molto inflazionato, definiamo questo aspetto come: competenza specifica dell’insegnante. La nozione di PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) ha dominato la letteratura, sia tra i pedagogisti sia tra i ricercatori in didattica delle discipline, per almeno vent’anni.

Una svolta piuttosto recente nel tentativo di caratterizzare al meglio la nozione di Shulman viene dai lavori di Ball e Bass (2003) che introducono la nozione di conoscenza matematica per l’insegnamento (*Mathematics Knowledge for Teaching, MfT*), che deriva dal loro approccio nell’individuazione delle conoscenze (o competenze) necessarie nell’insegnamento della matematica. Il modello sviluppato da Ball e Bass e dal loro team di ricerca è interessante in quanto oltre a incorporare i termini conati da Shulman, offre una modellizzazione delle conoscenze che un insegnante di matematica dovrebbe possedere. Il modello è stato per noi un utile strumento per leggere e interpretare le attività di formazione e sperimentazione del Progetto MMLab-ER.

Il modello di Ball e Bass (Ball *et al.*, 2008) è rappresentato dal diagramma sottostante, nel quale l’evoluzione della nozione di PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) di Shulman è stata organizzata come ponte fra la matematica in quanto disciplina da insegnare e le componenti significative della sua trasposizione didattica.

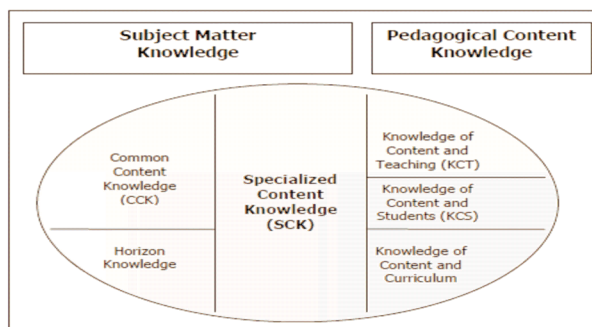


Figura 4 - Il modello di Ball e Bass

Da un lato abbiamo la conoscenza della matematica come disciplina (*Subject Matter Knowledge, SMK*), nella quale si distingue la conoscenza matematica comune (*Common Content Knowledge, CCK*), che è la conoscenza matematica non specifica dell’insegnante; l’orizzonte della conoscenza (*Horizon Knowledge*), che rappresenta la consapevolezza di come i contenuti matematici sono correlati fra loro all’interno della matematica; e la conoscenza specialistica dell’insegnante (*Specialised Content Knowledge, SCK*), che ci pare l’elemento di novità del modello, definita dagli autori come “la conoscenza matematica che è usata nell’insegnamento della matematica, ma non direttamente insegnata agli studenti.



*Ad esempio, determinare la validità di un argomento o selezionare una rappresentazione matematica appropriata richiede conoscenza matematica importante per l'insegnamento, ma non comporta una conoscenza degli studenti o dei contenuti specifici da insegnare"* (Ball et al., 2008).

Dall'altro lato del modello la conoscenza pedagogica dei contenuti (*Pedagogical Content Knowledge, PCK*) è articolata in conoscenza dei contenuti dell'insegnamento (*Knowledge of Content and Teaching, KCT*), relativa alle azioni dell'insegnante che hanno lo scopo di favorire la costruzione di significati matematici da parte degli studenti; conoscenza dei contenuti e degli studenti (*Knowledge of Content and Students, KCS*), relativa alle ipotesi sui comportamenti degli studenti in un certo compito assegnato, come ad esempio aver presente quali sono gli errori più comuni che gli studenti fanno nell'algoritmo della sottrazione; infine abbiamo la conoscenza dei contenuti del curriculum (*Knowledge of Content and Curriculum*).

#### *Una riflessione sul Progetto MMLab-ER*

Per i nostri scopi appare importante la nozione di conoscenza specialistica dell'insegnante (*Specialised Content Knowledge, SCK*), in quanto abbiamo utilizzato il modello di Ball e Bass nell'analisi delle attività di formazione con gli insegnanti del Progetto. Abbiamo ritenuto necessario, tuttavia, specificare meglio la nozione di SCK (*Specialised Content Knowledge*) e cercato di stabilire relazioni fra questa e la parte pedagogica del modello, in particolare con gli aspetti relativi alla conoscenza degli studenti (*Knowledge of Content and Students, KCS*) e con le azioni che l'insegnante mette in campo nella sua attività didattica (*Knowledge of Content and Teaching, KCT*).

Nella nostra esperienza di formazione abbiamo individuato due aspetti significativi della conoscenza specialistica degli insegnanti. Uno è relativo all'analisi dei processi propri e altrui nelle attività di laboratorio di matematica (esempio sulle costruzioni con riga e compasso) che abbiamo chiamato *conoscenza specifica relativa all'analisi dei processi (SCKp)*. Si tratta di una competenza non direttamente spendibile in classe in quanto i processi analizzati riguardano quelli propri dei docenti o dei colleghi, ma specifica di una professionalità docente, poiché ben difficilmente un matematico di professione o un comune cittadino potrà essere interessato a questi processi. Un secondo aspetto è relativo all'esperienza di produzione di congetture, argomentazioni e dimostrazioni, direttamente vissuta dai docenti in formazione (esempi sulle esplorazioni dei pantografi). L'esperienza ha consentito agli insegnanti momenti di riflessione sulla relazione tra congettura e dimostrazione e sulla sua significatività nell'educazione matematica e nella cultura matematica. Abbiamo chiamato questo elemento *conoscenza specifica relativa all'analisi culturale dei contenuti (SCKc)*. Per fare un esempio, l'attività con le macchine matematiche poteva essere

orientata esclusivamente allo studio delle trasformazioni geometriche (peraltro una strada che è stata, ed è, presente nelle visite al Laboratorio delle Macchine Matematiche), ma nelle attività di formazione del Progetto abbiamo scelto un'altra via, come evidenziato all'inizio di questo articolo: la formazione è stata finalizzata allo sviluppo di processi di produzione di ipotesi, congetture e processi argomentativi come esempi paradigmatici per gli insegnanti.

Trattandosi di un'attività di formazione che coinvolge insegnanti in servizio e direttamente orientata verso la sperimentazione in classe, questa articolazione della nozione di SCK (*Specialised Content Knowledge*) è direttamente collegata al versante pedagogico del modello di Ball e Bass. Possiamo osservare che l'analisi dei processi che si sviluppano in fase di formazione (*SCKp*) fornisce elementi fondamentali per la comprensione dei processi messi in atto dagli studenti durante le attività con le macchine matematiche. Ad esempio, come si è visto, fornisce elementi di attenzione circa la contaminazione fra aspetti dinamici e aspetti geometrici nell'esplorazione della macchina, oppure elementi di riflessione circa il rapporto fra congettura e dimostrazione. D'altra parte l'analisi culturale dei contenuti in gioco (*SCKc*) nelle attività con le macchine matematiche (congetturare, argomentare e dimostrare) fornisce elementi agli insegnanti per organizzare le attività didattiche in relazione sia alla scelta dei contenuti matematici da affrontare, sia alla scelta delle consegne per gli studenti. Lo schema (Fig. 5) rappresenta questa rivisitazione del modello di Ball e Bass.

Di questa evoluzione siamo debitrice alla riflessione di Boero e Guala (2008) sul ruolo dell'analisi culturale dei contenuti da insegnare (*Cultural Analysis of Content, CAC*) che abbiamo cercato di integrare nel modello di Ball e Bass e che abbiamo ampiamente ritrovato nell'analisi della formazione del Progetto MMLab-ER. I due autori, infatti, affermano che “*le connessioni fra PCK (Pedagogical Content Knowledge) e CAC (Cultural Analysis of Content) possono essere stabilite solo mettendo in luce i diversi modi di presentare un certo contenuto matematico o la relazione fra le concezioni degli studenti e le radici culturali e sociali della conoscenza matematica*”.

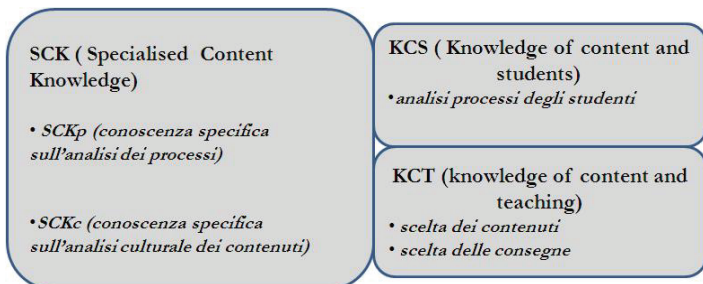


Figura 5 - Le competenze specifiche dell'insegnante nella nostra esperienza

In effetti, né la matematica come cultura, né le relazioni dinamiche tra la matematica e altre culture sono prese in considerazione nel costrutto di Shulman e nel modello di Ball e Bass. Per il nostro Progetto è questo, invece, un aspetto fondamentale in quanto le macchine matematiche del Laboratorio non sono dispositivi didattici creati appositamente per l'introduzione di un determinato concetto, ma strumenti utilizzati nella storia della matematica con aspetti storico-epistemologici che si sono evoluti nel tempo. L'analisi culturale dei contenuti consente di *“collegare conoscenza e concezioni, consapevolezza e sensibilità, presupposti e principi”* (Mason, 2008). Nella riflessione sulle attività di formazione del Progetto ci siamo rese conto che nella progettazione dei percorsi formativi avevamo individuato dei punti di attenzione, che abbiamo chiamato elementi cruciali, che sono in risonanza con l'analisi culturale dei contenuti secondo Boero e Guala. Gli stessi compiti che abbiamo proposto agli insegnanti vanno in questa direzione: esplicitazione e confronto di processi di costruzione geometrica; esplicitazione delle radici matematiche di una certa costruzione geometrica; confronto di soluzioni di problemi matematici; esplicitazione e confronto di congetture e argomentazioni sul funzionamento delle macchine matematiche. Il modello di Ball e Bass ci è stato utile per riconoscere e interpretare quello che è avvenuto nelle attività di formazione con gli insegnanti, ma è stato necessario integrarlo con l'analisi culturale dei contenuti in gioco per tener conto del particolare tipo di attività svolto con i docenti e delle finalità della formazione stessa nel Progetto.

## Conclusioni e risultati

Il corso di formazione descritto rappresenta per noi un modello di riferimento per la sua ripetibilità in altre province della regione o in altre realtà territoriali. In effetti, analizzando i risultati, in questo caso le sperimentazioni attuate dagli insegnanti, quello che colpisce è l'omogeneità, pur con le differenze territoriali e personali dei docenti, nelle finalità e nelle linee guida seguite. Come si può vedere dagli esempi dettagliati delle sperimentazioni selezionate per questo volume (rappresentativi delle diverse province, dei contenuti trattati e dei diversi ordini e indirizzi di scuola), le macchine matematiche sono state esplorate attraverso le quattro domande chiave descritte in questo articolo e tutte le attività sono state orientate alla produzione di congetture e argomentazioni fino, in alcuni casi, alla costruzione di dimostrazioni. Le sperimentazioni, inoltre, mettono in luce l'attenzione e la consapevolezza maturata dai docenti verso i diversi momenti di interazione avvenuti in classe: discussioni collettive e protocolli esemplificativi dei processi messi in atto dagli studenti. La documentazione raccolta è molto più ricca di quanto appaia in

questo volume poiché tutti gli insegnanti coinvolti hanno prodotto diari di bordo e report delle sperimentazioni svolte, e inoltre in quasi tutte le sedi provinciali sono stati realizzati filmati delle attività laboratoriali nelle classi e delle attività nel corso di formazione che rendono giustizia della complessità del Progetto<sup>53</sup>.

Un elemento importante che testimonia la passione che gli insegnanti hanno saputo investire nel Progetto consiste nel fatto che, in molti casi, essi stessi sono diventati punti di riferimento esperti per attività future sul laboratorio di matematica con le macchine matematiche nel loro territorio. Ci piace chiudere questo articolo ringraziando tutti i docenti delle diverse province del Progetto: per noi è stata un'esperienza entusiasmante dal punto di vista umano e scientifico. Veder realizzate e condivise concretamente ipotesi di ricerca che troppo spesso rimangono sulla carta o nei desideri dei ricercatori ridà fiducia sulle sorti della nostra scuola<sup>54</sup>.

## Bibliografia

- Ball D.L., Thames M.H., Phelps G. (2008), *Content knowledge for teaching: What makes it special?*, in "Journal of Teacher Education", 59(5), pp. 389-407.
- Ball D.L., Bass H. (2003), *Toward practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*, in Davis B., Simmt E. (a cura di), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, CMESG/GCEDM, Edmonton, AB, pp. 3-14.
- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in "L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 32 A-B, pp. 270-294.
- Bartolini Bussi M.G., Maschietto M. (2006), *Macchine Matematiche: dalla storia alla scuola*, Springer, Milano.
- Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri, F. (1995), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, CDE, Modena.
- Boero P., Guala E. (2008), *Development of mathematical knowledge and beliefs of teachers*, in Sullivan P., Woods T. (a cura di), *The international handbook of mathematics teacher educa-*

<sup>53</sup> Questi materiali saranno pubblicati sul sito del Laboratorio di Modena ([www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it)) e su supporti digitali, per favorire la diffusione dei risultati del Progetto.

<sup>54</sup> Il senso del rapporto creatosi tra docenti e formatori nei corsi di formazione ci pare emerga da questa mail inviata da un'insegnante "vi ringrazio infinitamente per le belle parole [...]. Il merito [della sperimentazione] è sicuramente anche vostro in quanto siete riusciti, con il vostro corso pratico e operativo e non puramente teorico (come ne ho fatti tanti... fatti solo di molte parole...), a trasmettermi stimoli nuovi e a insegnarmi un nuovo modo di fare matematica. Con affetto, C.".

- tion, vol.1, *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and teaching Development*, Sense Publisher, pp. 223-244.
- Boero P., Garuti R., Lemut E. (2007), *Approaching theorems in grade VIII: some mental processes underlying producing and proving conjectures, and conditions suitable to enhance them*, in Boero P. (a cura di), *Theorems in school: from history, epistemology and cognition to classroom practice*, Sense Publisher, pp. 249-284.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2009), *La formazione degli insegnanti di matematica, problema pedagogico, didattico e culturale*, in Frabboni F., Giovannini M.L. (a cura di) (2009), *Professione insegnante*, Franco Angeli, Milano, pp. 145-154.
- Ferri F., Mariotti M.A., Bartolini Bussi M.G. (2005), *L'educazione geometrica attraverso l'uso di strumenti: un esperimento didattico*, in "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 28 A (2), pp. 161-189.
- Garuti R. (2009), *Argomentare, congetturare e dimostrare alla scuola media*, in "Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate", vol. 32 A-B n. 6, pp. 661-680.
- Martignone F. (2007), *Analisi di processi di pianificazione e sviluppo di strategie risolutive in problemi di Teoria dei Giochi*, Tesi di dottorato, Università di Genova.
- Martignone F. (2009), *Processi di esplorazione e argomentazione in attività con particolari Macchine Matematiche: i pantografi per le trasformazioni geometriche del piano*, Atti del XXXVIII Seminario nazionale del Centro Morin, pubblicati su "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 32 A-B n. 6, 2009, pp. 681-700.
- Maschietto M, Martignone F. (2009), *Attività con le Macchine Matematiche*, in "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 32 A-B, n. 3, maggio-giugno, pp. 295-315.
- Mason J. (2008), *PCK and Beyond*, in P. Sullivan, T. Woods (a cura di), *The international handbook of mathematics teacher education*, Vol. 1, *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and teaching Development*, Sense Publisher, pp. 301-322.
- Paola D. (2008), *Il laboratorio per l'insegnamento apprendimento della matematica: le proposte rivisitate della Commissione UMI*, in "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate", vol. 31 A-B, n. 6, pp. 519-552.
- Rabardel P. (1995), *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. A. Colin, Paris.
- Sfard A. (2005), *What could be more practical than good research? On mutual relations between research and practice of mathematics education*, in "Educational Studies in Mathematics", Springer, vol. 58, pp. 393-413.
- Shulman, L.S. (1986), *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, in "Educational Researcher", vol. 15, pp. 4-14.

## PIATTAFORMA E RISORSE PER GLI INSEGNANTI

---

*Michela Maschietto*

*Università di Modena e Reggio Emilia*

Nella seconda annualità del Progetto MMLab-ER, la formazione degli insegnanti si è arricchita, per la sede di Modena prima e per quella di Bologna poi, di un dispositivo di accompagnamento, considerato in forma sperimentale, della formazione stessa. Nello specifico, tale dispositivo corrispondeva a una piattaforma tipo Moodle<sup>55</sup>. La struttura della piattaforma, così come delle sezioni che la costituiscono, è stata definita dall'autrice del presente capitolo, la quale ha anche svolto il ruolo di amministratore.

In questo capitolo saranno presentati gli obiettivi di tale introduzione, la struttura della piattaforma e la sua fruizione da parte degli insegnanti partecipanti al Progetto. L'utilizzo della piattaforma ha portato l'attenzione sul lavoro collaborativo e sulla concezione e appropriazione di risorse nel laboratorio di matematica, intendendo per risorsa tutto ciò che può nutrire il lavoro dell'insegnante (Gueudet, Trouche, 2010). A questo tema sarà dedicata l'ultima parte del capitolo.

### **La piattaforma *Laboratorio delle Macchine Matematiche***

L'implementazione della piattaforma aveva i seguenti obiettivi, in linea con altri progetti con caratteristiche *e-learning* (Robutti, 2009):

- fornire uno strumento di accompagnamento e di sostegno agli insegnanti durante la fase di formazione in presenza e di sperimentazione in classe;
- favorire lo sviluppo di un lavoro collaborativo tra gli insegnanti partecipanti al progetto e fornire uno strumento di organizzazione di tale lavoro;
- predisporre uno strumento per monitorare l'appropriazione delle risorse messe a disposizione durante la formazione e la concezione di nuove risorse da parte degli insegnanti stessi.

Vi era anche un altro obiettivo, che si può considerare più a lungo termine: sostenere le genesi, sia strumentali (non solo sulle macchine matematiche, ma anche

---

<sup>55</sup> <http://dolly.laboratoriomatematica.unimore.it/>.

su altri artefatti suscettibili di far parte del laboratorio di matematica) che documentarie, sulle macchine matematiche e sul laboratorio di matematica. Sull'idea di risorsa si ritornerà nel seguito.



Figura 1 - Home page della piattaforma

La pagina iniziale della piattaforma (Fig. 1) presenta due parti, una riservata alla sede di Modena e una alla sede di Bologna. Nelle due sedi, la gestione è stata ripartita tra formatori e tutor delle sperimentazioni. La piattaforma è stata impostata ad accesso riservato agli insegnanti del Progetto, in quanto si configurava come complementare alla formazione in presenza, prima, e alla fase di sperimentazioni, poi. Solo i formatori e i responsabili del Progetto hanno avuto libero accesso a tutte le sezioni delle due sedi.

Tra gli strumenti a disposizione in una piattaforma, sono stati utilizzati i seguenti, con alcune differenze tra le due sedi:

- *Forum relazionali*. Sono stati aperti due tipi di forum: uno inerente all'intera formazione e quattro forum relativi ai singoli temi delle sperimentazioni (Riga e compasso, Trasformazioni geometriche, Sezioni coniche e Pascalina).
- *Wiki*. Si tratta di uno spazio in cui si costruisce un testo (anche corredato da immagini) in modo collaborativo; una volta inserito, un testo può essere modificato dagli utilizzatori del wiki stesso, procedendo non solo per aggiunte, ma anche cambiando e cancellando ciò che hanno scritto gli autori precedenti. Ogni modifica è registrata in una cronologia che permette di vedere chi apporta le modifiche e cosa viene modificato.
- *Deposito di materiale di lavoro (risorse)*. Si tratta di cartelle in cui depositare materiale vario, come ad esempio quello prodotto dagli insegnanti e/o richiesto nell'ambito della formazione, oppure materiale prodotto per e durante le sperimentazioni.

Nella piattaforma, per ogni sede, sono presenti diverse sezioni (vedi Fig. 1). Di queste, tre sono state riservate agli insegnanti partecipanti al Progetto: *Formazione*, *Sperimentazione* e *Forum*. Una quarta sezione è stata invece riservata ai soli formatori e tutor, limitatamente alla sede di Modena. Per questa sede sono state utilizzate tutte e quattro le sezioni, mentre per quella di Bologna le sezioni utilizzate sono state *Sperimentazione* e *Forum*.

La sezione *Formazione* è stata costituita e usufruita durante il periodo riservato alla formazione in presenza, nella sola sede di Modena; nella sede di Bologna, anche per questioni temporali, non è stata utilizzata. L'obiettivo di questa sezione era quello di raccogliere il materiale elaborato per e durante gli incontri di formazione e di favorire le interazioni tra gli insegnanti. Lo spazio è stato strutturato per incontri (Fig. 2). Per ognuno di questi, oltre al materiale utilizzato dai formatori (cfr. capitolo 7), raccolto in cartelle, è stato creato uno spazio wiki per scrivere i resoconti degli incontri. L'istituzione di un tale spazio di scrittura aveva un duplice scopo: da un lato quello di introdurre il punto di vista degli insegnanti sui vari incontri, dall'altro quello di lasciare traccia di quanto fatto e dei processi che si erano attuati, unitamente ai commenti sorti e alle discussioni svolte.

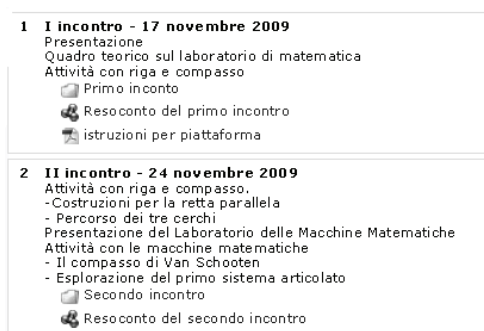


Figura 2 - *Formazione (Modena)*

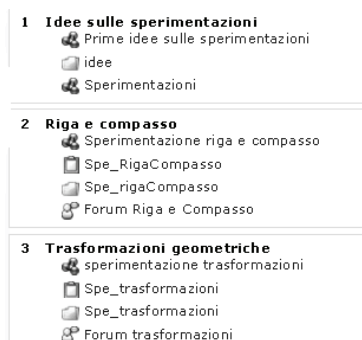


Figura 3 - *Sperimentazione (Modena)*

La sezione *Sperimentazione* (Fig. 3) è stata attivata per la fase di sperimentazione in classe ed è stata strutturata nell'ottica di farla diventare strumento di sostegno e accompagnamento. Infatti, l'amministratore della piattaforma ha predisposto un'organizzazione dello spazio con quattro luoghi virtuali di lavoro, uno per ogni tema di sperimentazione e/o artefatti scelti: Trasformazioni geometriche, Sezioni coniche, Riga e compasso e Pascalina. Ogni spazio è stato successivamente articolato in forum e deposito di risorse. Al forum relativo a ciascun tema sono stati au-



tomaticamente iscritti gli insegnanti secondo il tipo di macchine scelte per la sperimentazione, lasciando ovviamente la possibilità a tutti gli altri insegnanti di parteciparvi e di accedere al materiale. La sezione *Forum* era di carattere trasversale rispetto alle due già descritte. È stata utilizzata per lo scambio di informazioni fra gli insegnanti e fra insegnanti e formatori.

### **La piattaforma come strumento di lavoro**

Nella sede di Modena l'apertura della piattaforma durante il periodo di formazione in presenza aveva anche l'obiettivo di avviare quel processo di genesi strumentale (cfr. capitolo 4) che consentisse agli insegnanti di farne uno strumento di lavoro e di preparazione alla fase successiva alla formazione. Infatti, come hanno dichiarato gli insegnanti coinvolti, la gestione di una piattaforma richiede tempo ed energie. A questo va anche aggiunto il delicato rapporto personale di ogni insegnante con le tecnologie digitali.

Durante la fase di formazione in presenza, per la sede di Modena, le sezioni *Formazione* e il *Forum* sono stati utili per lo scambio di informazioni e per mantenere il collegamento tra un incontro e il successivo. Nei wiki dei vari incontri gli insegnanti, ripartiti in gruppi, hanno di volta in volta scritto il resoconto degli incontri secondo un calendario condiviso. Esso ha svolto bene la sua funzione: al termine della formazione, è stato costruito un documento con tutti i resoconti degli incontri. È stata inoltre introdotta una sezione riservata a link esterni a pagine web sulla didattica della matematica con artefatti (ad esempio, il sito con il materiale di Emma Castelnuovo). Nelle cartelle relative al deposito di materiale, sono stati condivisi file relativi a compiti lasciati da un incontro all'altro, costruzioni realizzate con software di geometria dinamica, foto e ancora dimostrazioni proposte durante le discussioni collettive dei vari incontri.

Ma è soprattutto nella seconda fase, quella della sperimentazione, che sono apparse le potenzialità della piattaforma, in entrambe le sedi. In questa fase si è maggiormente speso l'impegno dei tutor nella gestione della sezione *Sperimentazione*. Ognuno di loro ha avuto uno o due gruppi tematici da seguire in piattaforma. La modalità di lavoro è stata di tipo misto all'interno dei singoli gruppi tematici, nel senso che il lavoro sulla piattaforma è stato articolato con un certo numero, variabile da gruppo a gruppo, di incontri in presenza. I tutor delle sperimentazioni di Modena (Bettini e Facchetti) e di Bologna (Banchelli e Orlandoni), nei loro contributi a questo libro e a cui si rimanda, hanno ben evidenziato questa modalità.

Nella sede di Modena, la sezione *Sperimentazione* ha avuto come primo elemento (Fig. 3, parte 1) un wiki per la raccolta delle idee sulle sperimentazioni da condurre al fine di avviarne l'organizzazione e il coordinamento. In seguito, in entrambe le sedi, ogni insegnante ha lavorato all'interno del rispettivo gruppo tematico. La suddivisione in quattro spazi di lavoro ha organizzato in modo forte sin dall'inizio il lavoro all'interno dei gruppi, sia per i tutor sia per gli insegnanti. Nelle cartelle relative al deposito di materiali, sono state inserite le griglie di progettazione delle sperimentazioni via via che venivano compilate e i diari di bordo redatti a fine sperimentazione. Tali cartelle si sono arricchite delle schede progettate per gli allievi, di foto e di disegni utili per l'attività in classe. A eccezione del gruppo della Pascalina, eterogeneo per il livello scolastico degli insegnanti partecipanti (provenienti da scuole primarie e secondarie di primo grado), gli altri gruppi hanno lavorato collaborativamente sulle risorse, producendo percorsi e schede per gli allievi molto simili. Dopo le prime sperimentazioni, il forum di ogni gruppo è stato usato per condividere commenti e impressioni, ma anche per prendere spunto per le sperimentazioni ancora da effettuare. Questa condivisione, forzata tra i membri di un gruppo tematico e a scelta per l'intero gruppo, ha ulteriormente favorito le 'contaminazioni' tra gli insegnanti, a livello di percorso e di gestione della classe. Un esempio è rappresentato dalle prove di verifica proposte da alcuni insegnanti al termine della sperimentazione. In generale, i gruppi tematici hanno lavorato in modo indipendente. Tuttavia, non tutti hanno avuto intersezione nulla: ad esempio, un insegnante della sede di Modena ha lavorato nel gruppo delle trasformazioni geometriche e in quello delle sezioni coniche.

La struttura della piattaforma ha quindi cercato di avviare e sostenere da un lato la metodologia di lavoro collaborativo tra gli insegnanti sul laboratorio di matematica, dall'altro la concezione di risorse sulle attività laboratoriali con le macchine matematiche. Il materiale depositato nella piattaforma (sia quello della formazione che quello inserito durante la progettazione delle sperimentazioni) rappresenta un insieme di risorse sul laboratorio di matematica con le macchine matematiche.

A livello di coordinamento delle sperimentazioni, per la sede di Modena è stato creato lo spazio *Tutor*, riservato ai soli tutor e formatori. Anch'esso ha facilitato lo sviluppo di un lavoro collaborativo. La figura 4 mostra l'articolazione delle sezioni *Sperimentazione* e *Tutor* per la sede di Modena.

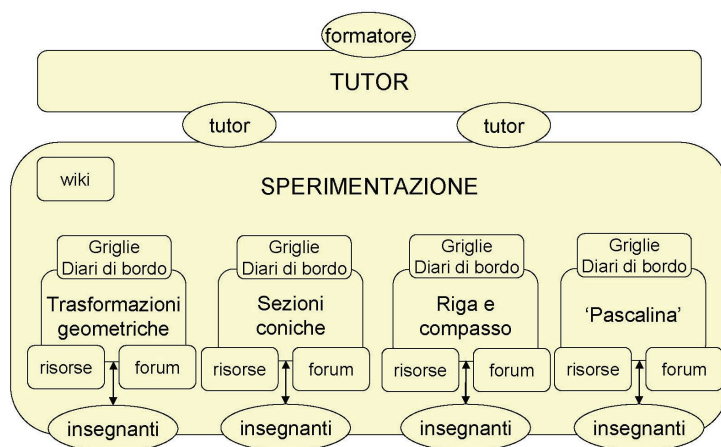


Figura 4 - Organizzazione delle sezioni SPERIMENTAZIONE e TUTOR - Modena

### Risorse e documenti sul laboratorio di matematica

La piattaforma ha permesso di mettere in evidenza il lavoro molto importante che gli insegnanti hanno realizzato sulle risorse inerenti al laboratorio di matematica. In generale, le ricerche di Gueudet e Trouche (2010) portano l'attenzione sul fatto che l'insegnante interagisce con un insieme di risorse, che sono trattate, adattate, riviste, riorganizzate durante un processo che articola in modo stretto concezione e messa in opera, nell'ottica di preparazione delle proprie lezioni. L'insieme di questo lavoro è chiamato lavoro documentario, che è ritenuto cruciale nell'attività professionale degli insegnanti.

Nella piattaforma sono stati depositati tre tipi di risorse: per la formazione; per gli insegnanti; elaborate dagli insegnanti. Ciò che interessa qui sono le relazioni tra il secondo e terzo tipo di risorse, in quanto possono giocare un ruolo centrale nel lavoro documentario dell'insegnante. Più precisamente, tali relazioni possono essere studiate dal punto di vista dell'articolazione tra la concezione *per l'uso*, che deriva dall'attività dei costruttori di risorse e si concretizza in una risorsa aperta e non finalizzata (in modo da prestarsi a una pluralità di genesi strumentali), e la concezione *nell'uso*, che è invece frutto dell'attività degli utilizzatori (nello specifico, degli insegnanti) e che è posta in un contesto e là finalizzata (Folcher, 2007). Infatti, nella fase della sperimentazione, gli insegnanti hanno attuato processi di rielaborazione e costruzione di risorse, a partire dai germi di risorsa disponibili sulla piattaforma e da un insieme di proprie risorse personali. In una tale costruzione, la pratica pro-

fessionale degli insegnanti ha giocato un ruolo fondamentale. I processi attuati sono stati, in un certo modo, sostenuti dal lavoro collaborativo che si era avviato all'interno dei gruppi tematici tramite la piattaforma. A sua volta, proprio grazie a tale supporto, ogni gruppo tematico ha avviato un processo di costruzione di risorse sulle macchine matematiche. Le cartelle delle risorse evidenziano che gli insegnanti hanno fatto ricorso a risorse altre rispetto a quelle della formazione, come ad esempio testi da siti Internet, immagini, ecc.

Nell'ottica del lavoro documentario, la piattaforma può essere effettivamente vista come un dispositivo che sostiene l'appropriazione e la concezione di risorse.

### **Commenti conclusivi e prospettive**

I processi attivati dagli insegnanti sono processi 'senza fine', nel senso che non possono mai considerarsi conclusi. E questo ha diverse ragioni: ad esempio, una prima ragione è che quanto prodotto da un insegnante per la sua classe, qualunque cosa sia, è suscettibile di diventare risorsa per un altro; una seconda è che la realtà della classe non è mai interamente controllabile *a priori*. L'insegnante che scrive *"Ogni esplorazione proposta dalle schede preparate può essere lo sbocco per sviluppi imprevisti proposti dagli studenti: occorre accorgersene in corsa e modificare quanto previsto per cogliere l'occasione"* mette l'accento su questo carattere in fieri dei processi di concezione, elaborazione e uso di risorse. Il lavoro sulle risorse sul laboratorio di matematica con le macchine matematiche è stato avviato in questo Progetto. Si tratta di un percorso lungo, che implicherà non solo la concezione di risorse, ma anche la loro analisi, in termini di appropriazione e caratteristiche delle risorse per favorire tale appropriazione (Trgalova *et al.*, 2009).

L'introduzione della piattaforma e l'analisi del suo utilizzo nel corso del secondo anno del Progetto portano l'attenzione sull'importanza che ha avuto un tale dispositivo nell'accompagnare il lavoro degli insegnanti sulle risorse e sul laboratorio di matematica. Questo ci permette di concludere che gli obiettivi sono stati raggiunti. Tuttavia, l'investimento sulla piattaforma, in termini di tempo ed energie, sarebbe troppo oneroso se non si pensasse in prospettiva. Infatti, essa rappresenta uno spazio in cui è conservata la storia degli insegnanti che hanno lavorato durante il secondo anno del Progetto MMLab-ER, ma allo stesso tempo rappresenta lo spazio del futuro, in cui proseguire il lavoro nel prossimo anno scolastico. Si tratta di uno spazio ricco di risorse, di lavoro collaborativo che occorre far germogliare e far crescere, aprendo anche a nuovi insegnanti. Questo sarà il lavoro che ci aspetta.

## Bibliografia

- Folcher V. (2007), *Conception pour l'usage - conception dans l'usage: propositions pour une rencontre*, in Bloch I., Connes F. (a cura di), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage Editions, Grenoble.
- Gueudet G., Trouche L. (a cura di) (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, Presses Universitaires de Rennes e INRP, Rennes.
- Robutti O. (2009), *L'insegnamento e l'apprendimento della matematica nel 21° secolo: sfide mondiali e risposte nazionali*, in *Atti del 23° Convegno nazionale Incontri con la matematica. Pratiche matematiche e didattiche in aula*, Pitagora, Castel San Pietro Terme (Bo), p. 33-40
- Trgalova J., Jahn A.P., Soury-Lavergne S. (2009), *Analyse de ressources pédagogiques pour la géométrie dynamique et évaluation de leur qualité: le projet Intergeo*, EMF - Espace Mathématique Francophone, 6-10 avril 2009, Dakar (Sénégal).

### LE SPERIMENTAZIONI DEL PROGETTO MMLab-ER

#### INTRODUZIONE ALLE SPERIMENTAZIONI

*Rossella Garuti, Francesca Martignone*

*Università di Modena e Reggio Emilia*

In questo capitolo saranno presentati per provincia:

- una scheda iniziale in cui sono riportate in modo sintetico le informazioni sui Laboratori provinciali, sui docenti coinvolti e sulle sperimentazioni svolte nei due anni del Progetto;
- un articolo, a cura dei tutor responsabili della sperimentazione, dove sono evidenziate modalità e tipologie di sperimentazione;
- una selezione di articoli scritti dai protagonisti principali del progetto: gli insegnanti. In questi report gli insegnanti presentano e analizzano le sperimentazioni che hanno messo in atto con i propri studenti, dopo il periodo di formazione.

Riportiamo di seguito i dati relativi alle sperimentazioni nelle diverse sedi regionali:

*Tabella 1 - Numero sperimentazioni per ordine di scuola e provincia*

| <i>Ordine di scuola</i>       | <i>PC</i> | <i>RN</i> | <i>MO</i> | <i>BO</i> | <i>RA</i> | <i>Totale</i> |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------|
| Scuola primaria               | -         | -         | 4         | 1         | -         | 5             |
| Scuola sec. I grado           | 9         | 2         | 6         | 12        | 6         | 35            |
| Scuola sec. II grado          | 9         | 5         | 8         | 7         | 10        | 39            |
| <i>Totale sperimentazioni</i> | <i>18</i> | <i>7</i>  | <i>18</i> | <i>20</i> | <i>16</i> | <i>79</i>     |

Sono state quindi prodotte circa ottanta sperimentazioni; ne abbiamo scelte per la pubblicazione solo alcune, rappresentative delle diverse province, dei contenuti trattati e dei diversi ordini e indirizzi di scuola, pur essendo consapevoli che molte altre potevano far parte di questo volume.

Nella tabella seguente sono dettagliate, secondo il tipo di scuola, le macchine utilizzate e i contenuti matematici coinvolti, le sperimentazioni descritte in questo capitolo.

*Tabella 2 - Macchine matematiche e contenuti matematici presentati nel volume*

| <i>Provincia</i> | <i>Scuola</i>    | <i>Macchine matematiche</i>                        | <i>Contenuti matematici</i>                         |
|------------------|------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Bologna          | Primaria         | Compasso e pantografo per la simmetria assiale     | Proprietà e costruzione di figure geometriche       |
|                  | Sec. di I grado  | Riga e compasso                                    | Costruzioni con riga e compasso                     |
|                  | Sec. di II grado | Pantografo di Scheiner                             | Proporzionalità e similitudine                      |
| Modena           | Primaria         | Pascalina                                          | Sistema numerico decimale                           |
|                  | Sec. di I grado  | Pantografi per la simmetria assiale e stiramento   | Simmetria assiale e stiramento                      |
| Piacenza         | Sec. di I grado  | Pantografo di Scheiner                             | Trasformazioni omotetiche                           |
|                  | Sec. di II grado | Pantografo per la simmetria assiale                | Simmetria assiale                                   |
| Ravenna          | Sec. di I grado  | Pantografi per la simmetria centrale e di Scheiner | Simmetria centrale e omotetia                       |
|                  | Sec. di II grado | Parabolografi ed ellissografi                      | Le coniche                                          |
| Rimini           | Sec. di I grado  | Pantografi per le isometrie                        | Simmetria assiale, centrale, rotazione, traslazione |
|                  | Sec. di II grado | Ellissografi a filo e articolati                   | Ellisse                                             |

Come si evince dalla tabella, in questo capitolo sarà illustrata almeno una sperimentazione su ciascun tipo di macchine matematiche presenti nei laboratori provinciali. Negli interventi degli insegnanti si vedrà inoltre come la stessa macchina (ad esempio, il pantografo di Scheiner o il pantografo per la simmetria assiale) è stata utilizzata in ordini di scuola diversi, con obiettivi matematici differenti.

Scegliere le sperimentazioni da pubblicare è stato estremamente difficile, perché ognuna metteva in luce un aspetto diverso del laboratorio di matematica con le macchine matematiche<sup>56</sup>. A nostro avviso questo testimonia la ricchezza e la complessità del Progetto, ma, soprattutto, il coinvolgimento e la professionalità dei docenti che hanno partecipato.

<sup>56</sup> Tutti i materiali prodotti dagli insegnanti, che per motivi di spazio non possono far parte di questo volume, saranno pubblicati su supporti digitali e sul sito del Laboratorio di Modena (<http://www.mmlab.unimore.it/on-line/home.html>), per favorire la diffusione su larga scala dei risultati del Progetto.

# Provincia di Bologna

(Anno scolastico 2009-10)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Centro territoriale</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p><i>Istituzione:</i> “Gian Franco Minguzzi” - Provincia di Bologna<br/><i>Recapiti:</i> Via Sant’Isaia, 90 - 40123 Bologna. Tel. 051-5288511; fax 051-521268<br/><i>www.minguzzi.provincia.bologna.it</i></p> <p><i>ANEKA. Servizi per il benessere a scuola</i><br/><i>Recapiti:</i> Via Sant’Isaia, 90 - 40123 Bologna. Tel. 051-5288511; fax 051-521268<br/><i>benessereascuola@provincia.bologna.it; www.aneka.provincia.bologna.it</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Personale del centro</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p><i>Presidente:</i> Silvana Contento<br/><i>Consiglio di amministrazione:</i> Giuseppina Dell’Era Destro, Graziella Giovannini, Daniela Iotti, Matteo Manzoni<br/><i>Direttrice:</i> Anna del Mugnaio<br/><i>Segreteria:</i> Adelfina Teglia<br/><i>Amministrazione e contabilità:</i> Antonella Lazzari, Antonello Barletta, Elisabetta Mazzanti, Anna Marcella Arduini<br/><i>Documentazione e promozione culturale:</i> Alessandro Zanini<br/><i>Formazione, ricerca e innovazione sociale:</i> Annalina Marsili</p>                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Il Laboratorio delle macchine</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <p>Il laboratorio delle macchine matematiche ha avuto come sede per il periodo dicembre 2009 - settembre 2010 l’I.C. n. 8 “Guinizelli” (via Ca’ Selvatica, 11 - 40123 Bologna) e da ottobre 2010 presso l’I.I.S. “Crescenzi-Pacinotti”, (Via Saragozza, 9 - 40123 Bologna).</p> <p>È possibile accedere a prestiti delle macchine o prenotare il laboratorio tramite appuntamento nei giorni: martedì: (ore 9.30-12.30 e 14.00-17.00) ; mercoledì: (ore 9.30-12.30); giovedì: (ore 9.30-12.30 e 14.00-17.00).</p> <p><i>Informazioni e prenotazioni:</i><br/>Annalina Marsili: tel. 051-5288525; <i>annalina.marsili@provincia.bologna.it</i>.<br/>Adelfina Teglia: tel. 051-5288529; <i>adelfina.teglia@provincia.bologna.it</i>.</p> |



| <b>Formatori e tutor</b>                                                                                                                                                 |                                                                         |                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| <i>Docenti formatori</i> designati dall'Università di Modena e Reggio Emilia: Rossella Garuti, Francesca Martignone e Aurelia Orlandoni. <i>Tutor</i> : Simone Banchelli |                                                                         |                                                        |
| <b>Insegnanti coinvolti e sperimentazioni svolte</b>                                                                                                                     |                                                                         |                                                        |
| Simone Banchelli                                                                                                                                                         | Liceo scientifico "Visitandine-Malpighi" - Castel San Pietro Terme (Bo) | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Fulvio Buonuomo, Stefania Ferretti, Franca Postal                                                                                                                        | I.C. "G. Galilei" - Scuola secondaria I grado - Sasso Marconi (Bo)      | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Daniela Campanella                                                                                                                                                       | I.I.S. "Crescenzi-Pacinotti" (Bologna) - I.T. per geometri              | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Rita Cogoni, Elena Di Bella, Nicola Propato                                                                                                                              | I.C. n. 11 - Bologna                                                    | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Emanuela Concu                                                                                                                                                           | I.C. di San Matteo della Decima (Bo)                                    | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Patrizia Cortesi                                                                                                                                                         | I.C. di Bazzano (Bo)                                                    | Pascalina                                              |
| Gloria Corticelli                                                                                                                                                        | I.C. n. 8 "Guinizelli" (Bo) - Scuola sec. I grado                       | Pascalina                                              |
| Irene Ferrari                                                                                                                                                            | I.C. di Minerbio (Bo) - Scuola primaria                                 | Riga e compasso; pantografo per la simmetria assiale   |
| Franco Frolloni                                                                                                                                                          | IPSIA "Fioravanti" - Molinella (Bo)                                     | Pantografo di Scheiner                                 |
| Vita Lia Micelli                                                                                                                                                         | I.I.S. "Crescenzi - Pacinotti" (Bologna) - I.T. per geometri            | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Maria Giovanna Papoff                                                                                                                                                    | I.C. - Ozzano Emilia (Bo)                                               | Pantografo di Scheiner                                 |
| Beatrice Pigini                                                                                                                                                          | I.I.S. "Crescenzi - Pacinotti" (Bo)                                     | Costruzioni con riga e compasso                        |
| Massimo Salvi                                                                                                                                                            | I.I.S. "Montessori-Da Vinci" - Porretta Terme (Bo)                      | Dal compasso e riga ai conicografi                     |
| Daniela Tacconi                                                                                                                                                          | I.C. "Montano - D'Acquisto" - Bologna - Scuola sec. I grado             | Pantografo di Scheiner                                 |

## ISTITUZIONE “GIAN FRANCO MINGUZZI” - ANEKA

*Annalina Marsili*

*Referente dell'area 'Formazione e ricerca e innovazione'  
dell'Istituzione "Gian Franco Minguzzi"*

Aneka (Centro servizi di consulenza e documentazione sulla promozione del benessere per le scuole della provincia di Bologna) nasce all'interno dell'Istituzione “Gian Franco Minguzzi” da una specifica normativa della regione Emilia-Romagna in collaborazione con l'Assessorato istruzione, formazione, lavoro, politiche per la sicurezza sul lavoro della Provincia di Bologna.

### **Che cos'è il centro**

È un punto risorsa del territorio della provincia di Bologna che mette a disposizione, delle scuole che lo richiedono, servizi di consulenza, documentazione, informazione e formazione per il sostegno alla progettazione del benessere a scuola con la finalità di fronteggiare il disagio e la dispersione scolastica.

### **Finalità del centro**

Finalità principali del centro sono:

- la promozione del benessere a scuola come strumento per fronteggiare il disagio scolastico nelle sue diverse accezioni;
- la messa in rete delle risorse interne al sistema scolastico e/o territoriali;
- la diffusione di buone prassi sul tema “Benessere a scuola”, con valorizzazione della progettazione nelle scuole, delle metodologie, degli strumenti.

Il centro offre i servizi diretti alle scuole dell'autonomia, con una consulenza progettuale che definisce un piano di intervento organico e condiviso sul benessere; inoltre offre servizi di documentazione attraverso la biblioteca dell'Istituzione che dispone di un'ampia sezione multimediale dedicata.

### **Risorse e collaborazioni**

*Supervisione scientifica:* Facoltà di Psicologia, Università di Bologna.

Consulenti esperti nel settore e reti di servizi e agenzie territoriali.

## A chi si rivolge

- Alle scuole secondarie di primo e secondo grado della provincia di Bologna;
- agli enti di formazione professionale;
- alle agenzie educative;
- ai servizi educativi e sociali degli enti locali;
- al terzo settore;
- ai docenti, educatori, formatori;
- ai centri di servizi e consulenze per le scuole dell'autonomia.

## Promotori

- Istituzione "Gian Franco Minguzzi"
- Provincia di Bologna - Assessorato istruzione, formazione, lavoro, politiche per la sicurezza del lavoro - Servizio scuola

## Organizzazione

Gli organi dell'Istituzione sono il Presidente e il Consiglio di Amministrazione. Lo staff di lavoro è costituito da professionisti con diversi profili e percorsi formativi che operano da anni nel settore sociale. Le aree operative in cui si articola l'Istituzione sono: amministrazione; documentazione e promozione culturale; formazione e ricerca e innovazione sociale.

## Ruolo dell'Istituzione G.F. Minguzzi - Centro Aneka all'interno del Progetto regionale "Scienze e tecnologie"

### *Prima azione*

- Allestimento e inaugurazione del Laboratorio di Macchine di Matematica nel comune di Bologna grazie alla collaborazione intercorsa tra l'Istituzione "Gian Franco Minguzzi", l'I.C. n. 8 "G. Guinizzelli" e l'I.S.S. "Crescenzi-Pacinotti" di Bologna.
- Attivazione di un percorso formativo rivolto agli insegnanti di Matematica e Scienze delle scuole secondarie di primo grado e agli insegnanti del primo biennio delle scuole secondarie di secondo grado di Bologna e provincia.

|                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Iscritti:</i> 25 (19 effettivamente partecipanti)                                                                                                                                             |
| <i>Periodo:</i> dicembre 2009 - aprile 2010                                                                                                                                                      |
| <i>Ore di formazione erogate:</i> 28                                                                                                                                                             |
| <i>Sperimentazioni realizzate:</i> Tredici sperimentazioni hanno riguardato "Riga e compasso", cinque i "Pantografi per le trasformazioni geometriche", due la "Pascalina" ed una i curvigraphi. |

- Attivazione di uno sportello prestiti e prenotazioni aula didattica.

Il ruolo dell'istituzione "Minguzzi - Centro ANEKA" nella prima azione è soprattutto di supporto logistico e organizzativo, nonché di raccordo tra lo staff scientifico del dipartimento di matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia, la Regione E-R, l'USR E-R, l'ANSAS ex IRRE-ER e le scuole ospitanti con cui ha sottoscritto la convenzione.

### *Seconda azione*

Nella seconda azione prevista dal Progetto, relativa alla messa in rete dei musei scientifici, il Minguzzi-Centro Aneka trasferirà il laboratorio, attualmente attivo presso la scuola "G. Guinizzelli", presso i locali dell'I.S.S. "Crescenzi -Pacinotti", dove attualmente esistono già altri due laboratori didattici.

L'Istituzione "Minguzzi-Centro Aneka" prevede in questa seconda fase:

- di creare una rete locale, in cui il laboratorio delle macchine possa diventare patrimonio delle scuole, dei centri e degli altri servizi che sono a supporto delle scuole e possa diventare volano e punto di riferimento per quanti vogliano manipolare e conoscere le macchine di matematica;
- di attivare la propria rete per diffondere e promuovere le sperimentazioni delle macchine di matematica, organizzando eventi, convegni, collaborazioni con l'Istituto dei beni culturali, giornate a tema e percorsi di formazione sulle buone pratiche di possibili collaborazioni tra musei scientifici e il mondo della scuola;
- di mantenere attive le sperimentazioni laboratoriali, mettendo a disposizione degli insegnanti interessati il Laboratorio delle Macchine Matematiche e mantenendo aperto lo sportello dei prestiti.

### **Contatti**

Annalina Marsili: Istituzione "Minguzzi-Centro Aneka" - area formazione e ricerca; referente del Progetto "Scienze e tecnologie" - Bologna.

Adelfina Teglia: Istituzione "Minguzzi-Centro Aneka" - ufficio segreteria e prenotazioni.

## DALLA FORMAZIONE ALLA SPERIMENTAZIONE: LA VOCE DEI TUTOR

*Simone Banchelli\*, Aurelia Orlandoni\*\**

*\*Docente, Istituto "Visitandine-Malpighi" - Castel San Pietro Terme (Bo)*

*\*\*Consulente INV/ALSI*

### **Presentazione delle attività dal punto di vista dei tutor**

Il corso di formazione per gli insegnanti coinvolti nel progetto si è articolato e strutturato in due momenti.

#### *In aula*

I docenti formatori hanno illustrato e analizzato i possibili percorsi partendo dai quali i docenti hanno potuto pensare e concretizzare in classe i propri progetti. La panoramica ha riguardato le costruzioni con riga e compasso, le trasformazioni geometriche, i curvografi e la pascalina. L'approccio a tutti gli argomenti trattati è stato di tipo laboratoriale: i docenti si sono cimentati in prima persona nello studio delle costruzioni e delle macchine proposte. A questo scopo sono stati suddivisi in gruppi e a ciascuno sono state assegnate le schede di lavoro e le macchine necessarie per condurre un'esplorazione che portasse a rispondere a tre domande chiave: *Come è fatta la macchina? Cosa fa? Perché lo fa?* Al termine dello studio è sempre seguito un momento di riflessione per permettere di focalizzare l'attenzione sugli aspetti fondamentali da perseguire in classe e su come potere realizzare concretamente percorsi simili. Molto utile è stata la possibilità di vedere il documento in PowerPoint con le testimonianze di analoghe esperienze di laboratorio condotte in passato in diverse scuole d'Italia.

#### *A casa*

I docenti sono stati impegnati anche oltre la durata del corso, principalmente attraverso la piattaforma *Moodle*, un CMS<sup>57</sup> pensato per creare e gestire classi virtuali on line per l'apprendimento in rete (vedi Capitolo 7). L'utilizzo di questa risorsa ha dato a tutti la possibilità, da una parte, di mantenere aperto il dialogo iniziato durante l'anno, dall'altra, di condividere in tempo reale il risultato delle sperimentazioni svolte. L'utilizzo della piattaforma di e-learning attraverso un forum generale e quattro forum tematici (riga e compasso, trasformazioni geometriche, la pascalina, le coniche) ha permesso quindi di organizzare il lavoro in modo semplice, veloce ed efficace: è stato

---

<sup>57</sup> *Course Management System.*

possibile prendere visione dei progetti e della loro realizzazione *in itinere* e, grazie alla possibilità di repliche, dare indicazioni e suggerimenti sul percorso realizzato, ma soprattutto ha offerto a tutti la possibilità di avere sempre la visione d'insieme dei singoli lavori svolti, documentando e lasciando, per ogni docente, la traccia di un percorso razionale e ben strutturato. È stato quindi possibile mantenere, da parte dei tutor, una costante supervisione del percorso, secondo una scansione ben definita:

- stesura dei progetti delle sperimentazioni;
- scrittura delle schede elaborate dai singoli docenti sulla base dei progetti;
- compilazione dei diari di bordo con le scansioni e i commenti dei lavori svolti;
- realizzazione dei report finali contenenti la sintesi dei lavori fatti in classe.

La posta elettronica e la possibilità offerta dalla rete di effettuare *conference calls* hanno poi permesso di instaurare tra formatori e tutor un dialogo continuo, grazie al quale il lavoro di coordinamento e supervisione delle sperimentazioni svolte dai corsisti si è notevolmente semplificato.

### **Elenco e breve descrizione delle sperimentazioni svolte**

Le sperimentazioni svolte hanno visto coinvolte diverse scuole della provincia di Bologna, da Castel San Pietro a Porretta, dalla scuola primaria alla secondaria di I e II grado, permettendo quindi di avere un'ampia panoramica non solo su diversi argomenti ma, a parità di argomento, su diversi livelli scolari. Molte sperimentazioni sono state effettuate sulle costruzioni con riga e compasso e hanno riguardato: trasporto di segmenti e angoli, costruzione di un triangolo a partire da elementi noti, asse di un segmento, bisettrice di un angolo, rette tangenti a una circonferenza, rette parallele e perpendicolari a una retta data, divisione di un segmento in parti uguali, costruzione dei punti notevoli di un triangolo (circocentro, incentro, ortocentro, baricentro). Ma vi sono state anche sperimentazioni sulle trasformazioni geometriche che si sono avvalse dell'utilizzo in classe dei pantografi (per lo studio della simmetria assiale, della simmetria centrale, dello stiramento e dell'omotetia) e una sperimentazione che, partendo dalle costruzioni con riga e compasso, è arrivata a utilizzare i curvografi per lo studio delle sezioni coniche.

Dalla lettura delle varie sperimentazioni sono emerse indicazioni molto interessanti sul tipo di sollecitazione che la didattica laboratoriale è in grado di stimolare nell'apprendimento della matematica:

*“Il linguaggio matematico specifico della geometria è stato migliorato e gli alunni hanno organizzato le loro conoscenze in modo più chiaro, rendendosi conto, durante le fasi di verbalizzazione dei risultati ottenuti, dell'importanza di utilizzare un linguaggio corretto e adeguato all'argomento trattato. Lo spirito di gruppo e la collaborazione tra gli alunni sono stati rafforzati; an-*

*che gli alunni più deboli hanno avuto l'occasione di partecipare attivamente al lavoro condiviso da tutta la classe*" [Buonuomo, Postal, Ferretti];

*"Mi pare quindi che l'attività di sperimentazione, con le sue caratteristiche di imprevedibilità in qualche misura sempre presenti, possa servire sia all'insegnante che agli alunni a chiarire aspetti di tipo concettuale che possono passare inosservati se ci si limita a percorsi più classici o standard"* [Salvi];

*"Ritengo che una metodologia di lavoro come quella utilizzata, anche se impegnativa in termini di tempo, consenta tuttavia una trattazione più approfondita dei concetti matematici e un apprendimento consapevole e non mnemonico"* [Campanella].

Diverse riflessioni emergono dalle documentazioni delle sperimentazioni sui cambiamenti nelle dinamiche di classe prodotte dall'introduzione delle macchine matematiche: *"Lo studente stavolta non aveva qualcosa da imparare e riprodurre, una risposta giusta (preconfezionata nello stile se non nei contenuti) da dare e ha dovuto mettersi in gioco di più"* [Frolloni]; *"Anche la verifica ha avuto connotati diversi dalle verifiche tradizionali: ha prevalso il dialogo tra insegnante e studenti ed è stato possibile, da parte mia, valutare i ragazzi durante i momenti di dialogo fra loro. Questi ultimi avvenivano sia spontaneamente durante il laboratorio, ma anche dopo la compilazione delle varie schede, stimolando il confronto su quanto scritto"* [Concu].

## Prospettive future

A partire dai risultati raggiunti nei lavori svolti in classe è auspicabile che quanto appreso in queste sperimentazioni possa diventare il punto di partenza per potere continuare, anche nei prossimi anni, sulla strada intrapresa. Da parte di tutti i docenti è emersa una sostanziale condivisione della validità degli obiettivi di questo approccio metodologico: avere il gusto per la scoperta, porsi in modo scientifico di fronte alla realtà, saper osservare, sviluppare la capacità di prevedere e di fare ipotesi, saper individuare regolarità, sapersi porre problemi, imparare ad argomentare. Per non disperdere questa ricchezza e sviluppare questo potenziale sarà possibile usufruire, anche nei prossimi anni, di due importanti strumenti:

- le macchine matematiche, disponibili presso l'Istituzione "Minguzzi" della Provincia di Bologna, presso la quale si potrà chiederne il prestito;
- la piattaforma di e-learning<sup>58</sup>, che continuerà a essere attiva per poter condividere le esperienze di laboratorio e mantenere i contatti tra docenti grazie al forum di discussione generale.

Ci auguriamo anche che a breve per i docenti e le relative classi sia possibile visitare la ricca collezione di macchine, presso l'Associazione Macchine Matematiche di Modena, grazie alla quale questo Progetto è potuto venire alla luce.

<sup>58</sup> <http://dolly.laboratoriomatematica.unimore.it>.

## COSTRUZIONI GEOMETRICHE CON RIGA E COMPASSO

*Fulvio Buonomo, Stefania Ferretti, Franca Postal*  
*Docenti, Scuola secondaria di I grado "G. Galilei" - Casalecchio di Reno (Bo)*

*Istituzione scolastica:* Scuola secondaria di I grado "G. Galilei" - Casalecchio di Reno (Bo). *Classi:* 1D, 1B, 1E

*Tipo di macchina utilizzato:* Compasso

*Materiale:* Oltre al compasso, riga, schede di lavoro, fogli bianchi, matita, gomma

*Durata:* 3 maggio - 4 giugno 2010 (8 ore complessivamente)

### Presentazione

Abbiamo scelto di lavorare con le classi prime per avviare una modalità di lavoro che trovi continuità nel triennio per quanto riguarda: il lavoro in gruppo; l'uso corretto e motivato degli strumenti (che nella scuola secondaria di I grado risulta spesso problematico); la capacità di giustificare le scelte compiute e i procedimenti seguiti utilizzando un linguaggio appropriato; la riflessione sui contenuti matematici relativi alle caratteristiche degli strumenti utilizzati e alle costruzioni geometriche richieste.

### Obiettivi

Saper esplorare e descrivere gli strumenti; saper riconoscere le proprietà matematiche che orientano la costruzione geometrica; saper descrivere e giustificare la costruzione eseguita; saper cogliere analogie e differenze tra costruzioni diverse.

### Pre-requisiti

Concetti di parallelismo e perpendicolarità; concetto di angolo; confronto di segmenti con l'uso del compasso.

### Metodologia

Le classi sono state suddivise in gruppi eterogenei da 3-4 alunni. A ogni gruppo è stata somministrata di volta in volta la scheda di lavoro prevista e i ragazzi hanno svolto l'attività richiesta. Al termine del lavoro ogni gruppo ha relazionato ai compagni il procedimento seguito. Dal confronto tra i vari gruppi con la guida del docente è stata prodotta una descrizione condivisa.

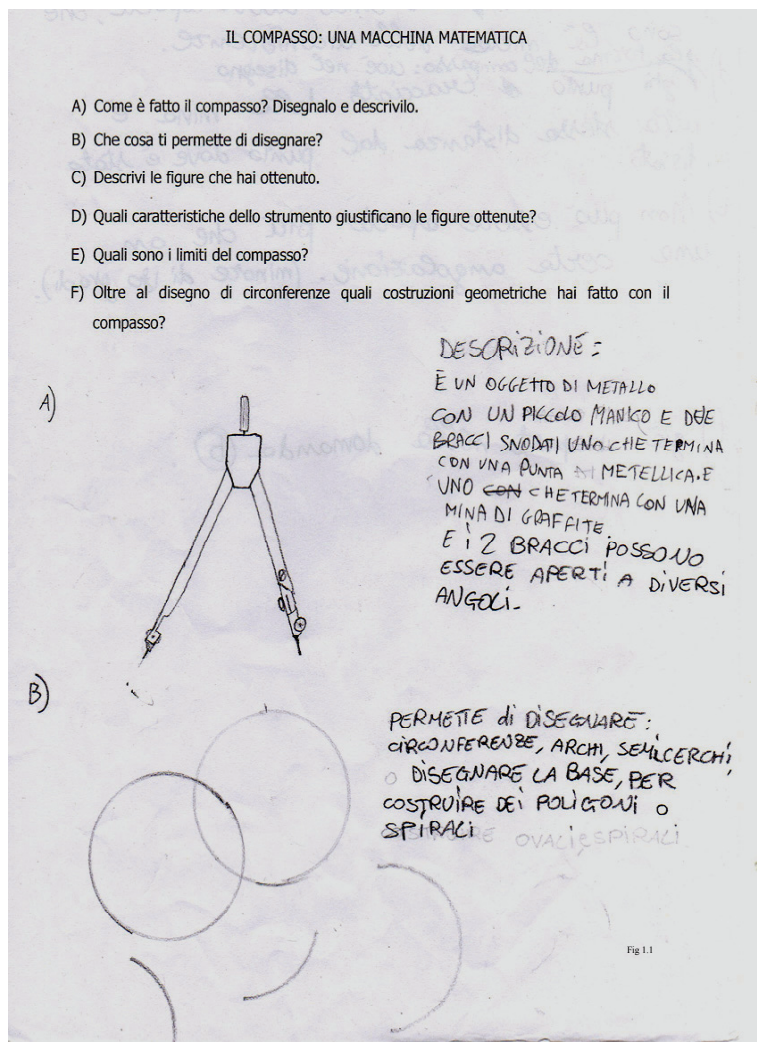


## Descrizione dell'attività

### *Scheda 1* (3 ore)

Gli insegnanti hanno introdotto l'attività da svolgere chiedendo agli alunni di descrivere gli strumenti riga e compasso evidenziandone le caratteristiche essenziali per spiegare le costruzioni geometriche che si possono ottenere. Gli alunni sono apparsi perplessi nell'apprendere che non avrebbero potuto utilizzare le unità di misura riportate sulla riga in uso e che avrebbero dovuto considerarla come una semplice stecca per tracciare o prolungare segmenti. Gli insegnanti hanno spiegato le motivazioni della scelta con una narrazione storica delle prime fasi dello sviluppo della geometria, evidenziando in particolare l'importanza del personaggio di Euclide alla base delle conoscenze che oggi costituiscono la geometria euclidea. Le prime definizioni di riga e compasso date dagli allievi sono piuttosto generiche e si limitano a dare informazioni su come sono fatti gli strumenti e su come si maneggiano durante l'uso. Qualcuno propone una descrizione delle figure geometriche prodotte dal compasso, utilizzando però termini sbagliati e confondendo cerchi e circonferenze. Minori difficoltà si sono incontrate nella definizione delle costruzioni geometriche prodotte dalla riga. Per sollecitare la riflessione dei gruppi sulle macchine matematiche utilizzate, i docenti hanno proposto agli allievi una scheda in cui si chiedeva inizialmente di disegnare il compasso e poi di rispondere ad alcune domande che avevano lo scopo di far emergere le conoscenze degli allievi sull'uso e sulle proprietà dello strumento usato e delle curve da esso prodotte.

Dopo aver realizzato i disegni (scheda 1), i gruppi sono stati invitati a riferire alla classe i risultati del loro lavoro. Questa fase ha permesso di far emergere e chiarire i dubbi e le misconcezioni degli alunni, in particolare sulla circonferenza e sul cerchio, e di evidenziare l'importanza di un linguaggio corretto per poter rispondere con precisione alle domande contenute nella scheda. Alla fine dell'attività gli alunni condividono una descrizione del compasso e delle caratteristiche delle circonferenze prodotte, dei limiti di utilizzo dello strumento e delle costruzioni geometriche più complesse realizzabili utilizzando riga e compasso.



Scheda n. 1

Testo condiviso - Con il compasso disegno circonferenze, linee chiuse semplici, costituite da punti equidistanti dal punto interno, individuato dal puntatore. Questo punto è chiamato centro”.

### **Scheda 2** (1 ora)

La consegna era di costruire un segmento congruente a un segmento dato utilizzando riga e compasso. Molti gruppi hanno eseguito il trasporto puntando il compasso in un estremo con apertura pari al segmento dato e riportando il segmento in un'altra parte del foglio utilizzando come primo estremo il punto del puntatore e come secondo estremo un punto disegnato dal tracciatore.

Altri gruppi hanno prima tracciato una retta e fissato un punto su di essa; con apertura pari alla lunghezza del segmento hanno puntato il compasso sul punto scelto e tracciato un arco che interseca la retta in un punto che rappresenta il secondo estremo del segmento. Pochi gruppi hanno utilizzato il segmento dato come raggio di una circonferenza. Due gruppi sono ricorsi a costruzioni più complesse utilizzando ad esempio la costruzione dell'esagono regolare, riconoscendo che con il metodo scelto potevano disegnare più di un segmento congruente a quello dato. Un gruppo ha sfruttato le conoscenze sul metodo di tracciatura della retta perpendicolare a un segmento in un estremo, elaborando però tali conoscenze in modo personale per giungere alla soluzione del problema assegnato. Durante l'osservazione delle attività svolte, in alcuni gruppi è emersa la difficoltà di coinvolgere tutti i componenti. In alcuni gruppi l'atteggiamento affrettato ha reso spesso impreciso il lavoro prodotto sia nell'esecuzione che nel linguaggio utilizzato. Questa scheda è stata utile per rafforzare il concetto che i punti e gli archi presi in considerazione non sono semplicemente delle tracce per realizzare il disegno ma rappresentano parti delle circonferenze disegnate dal compasso.

### **Scheda 3** (1 ora)

La consegna era di costruire l'asse di un segmento dato, utilizzando riga e compasso. Tutti i gruppi sono riusciti a completare il compito loro assegnato senza particolari difficoltà, tuttavia l'abitudine a disegnare l'asse di un segmento più frequentemente in ambito tecnologico ha fatto in modo che gli alunni si limitassero a tracciare solo archi di circonferenza, anziché disegnare interamente le curve prodotte dal compasso. Pochi gruppi hanno disegnato circonferenze intere spiegando il procedimento adottato e riflettendo anche sulle motivazioni geometriche che giustificano le procedure seguite.

### **Scheda 4** (1 ora)

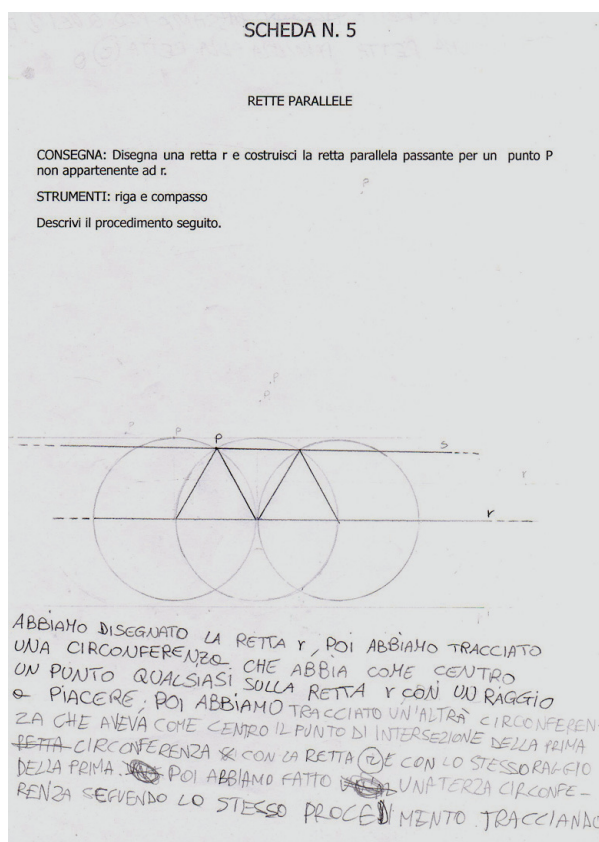
La consegna era di disegnare una retta  $r$  e di costruire la retta a essa perpendicolare passante per un punto  $P$  non appartenente a  $r$ . Veniva inoltre richiesto se la costruzione della perpendicolare a  $r$  per  $P$  sarebbe cambiata se il punto  $P$  fosse appartenuto a  $r$ .

La maggior parte dei gruppi ha fatto riferimento ancora una volta alla costruzione dell'asse di un segmento, adattandola alle esigenze del problema. Nella discussione guidata gli alunni hanno riconosciuto che  $PA=PB$  perché raggi di circonferenze uguali, che

il punto  $P$  è perciò equidistante dagli estremi di  $AB$  e che quindi appartiene all'asse del segmento. Perciò la retta è perpendicolare al segmento appartenete alla retta  $r$ .

### Scheda 5 (1 ora)

La consegna era di disegnare una retta  $r$  e costruire una retta parallela a  $r$ , passante per un punto  $P$ , non appartenente a  $r$ . In generale i gruppi hanno scelto un punto a caso sulla retta  $r$  e, con apertura pari alla distanza da questo punto al punto  $P$ , hanno riportato una serie di circonferenze i cui punti di intersezione, tra cui il punto  $P$ , appartengono alla retta parallela a  $r$ , passante per  $P$ . La spiegazione di questo procedimento, basata sul riconoscimento delle proprietà dei triangoli isosceli, non è stata immediata e ha richiesto una discussione guidata dall'insegnante, che ha fatto riferimento alle conoscenze acquisite fino a quel momento dagli allievi, senza ricorrere a conoscenze pregresse sui quadrilateri parallelogrammi o trapezi di cui non tutti gli alunni erano in possesso.



### **Considerazioni e riflessioni degli insegnanti sulla didattica laboratoriale**

I ragazzi hanno aderito con entusiasmo alle proposte degli insegnanti rafforzando le loro conoscenze su circonferenze e cerchi e riconoscendo nel compasso non solo uno strumento utile per realizzare i lavori di tecnologia, ma una vera e propria macchina matematica dotata di proprietà in grado di giustificare le caratteristiche delle costruzioni geometriche prodotte. Archi e segni tracciati con il compasso sono stati riconosciuti come parti di circonferenze. I ragazzi sono giunti alla conclusione che molte delle costruzioni geometriche che sono abituati a realizzare sono ottenute utilizzando un gran numero di circonferenze, riconoscendo l'utilità di questa curva in ambiti diversi da quello puramente geometrico.

Il linguaggio matematico specifico della geometria è stato migliorato e gli alunni hanno organizzato le loro conoscenze in modo più chiaro, rendendosi conto, durante le fasi di verbalizzazione dei risultati ottenuti, dell'importanza di utilizzare un linguaggio corretto e adeguato all'argomento trattato. Lo spirito di gruppo e la collaborazione tra gli alunni sono stati rafforzati e anche gli alunni più deboli hanno avuto l'occasione di partecipare attivamente al lavoro condiviso da tutta la classe. Le attività hanno risentito però anche di alcune difficoltà, prima fra tutte la scarsità del tempo a disposizione per lo svolgimento del Progetto. Il n

umero di ore preventivato non è stato adeguato alle necessità. In alcune occasioni è stato necessario affrettare le conclusioni o interrompere le discussioni, che si sono sempre dimostrate proficue. Infine alcuni alunni non sono stati costanti nel portare il materiale necessario allo svolgimento delle attività e questo ha creato talvolta rallentamenti o difficoltà di coinvolgimento di alcuni elementi.

**ESPLORO, COSTRUISCO & TRASFORMO POLIGONI***Irene Ferrari**Docente di scuola primaria, Istituto comprensivo - Minerbio (Bo)*

---

*Istituzione scolastica:* Istituto comprensivo - Minerbio (Bo)*Classe:* IV classe di scuola primaria

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Compasso e pantografo per la simmetria assiale*Materiale:* Oltre al compasso e al pantografo, listelli di cartoncino di varie misure, ferma campioni, elastici, matita, gomma, penna, pennarelli, fogli bianchi A4 e A3, mine, nastro adesivo di carta, riga.

---

*Durata:* da fine febbraio a fine aprile, con verifica dell'attività verso la fine di maggio, per un totale di 18 ore.

---

**Presentazione**

L'esperienza mira a proporre agli allievi una geometria caratterizzata da situazioni ricche, motivanti e significative in cui l'alunno sia attivamente coinvolto e in cui vi sia un equilibrio fra fasi operative e graduali sistemazioni teoriche, favorendo nei ragazzi il passaggio da evidenze visive ad argomentazioni più rigorose. Si vuole valorizzare l'uso del linguaggio e del ragionamento matematico come strumenti per l'interpretazione del reale, non come bagaglio astratto di nozioni; pur sapendo che l'acquisizione di un linguaggio rigoroso è un obiettivo a lungo termine e una conquista cui gli allievi giungono, col supporto dell'insegnante, a partire dalle loro concrete produzioni verbali messe a confronto e discusse nella classe. Alla luce di questo, i contenuti matematici in gioco, scelti in base alla classe d'appartenenza degli allievi, ai programmi ministeriali e agli interessi specifici dell'insegnante, sono: l'approfondimento degli elementi significativi e le principali proprietà geometriche di un poligono, l'esplorazione del compasso da cui si è cominciato a introdurre il significato di cerchio, la costruzione con riga e compasso di triangoli, l'approfondimento della trasformazione geometrica della simmetria assiale attraverso l'apposita macchina matematica. In base ai contenuti scelti, si sono utilizzati alcuni strumenti, da quelli più semplici (come i materiali manipolativi: i listelli di cartoncino) a quelli più complessi (come riga, compasso, sistema articolato per la simmetria assiale) come mediatori didattici nei processi di conoscenza e nel supporto alla comprensione del nesso tra idee matematiche e cultura.

### *Obiettivi*

- Approfondire, attraverso attività di esplorazione, gli elementi significativi e le principali proprietà geometriche di un poligono;
- descrivere, analizzare e classificare i poligoni;
- utilizzare in modo corretto gli strumenti riga e compasso;
- cominciare a costruire il significato di cerchio attraverso il compasso;
- costruire e disegnare con riga e compasso alcuni poligoni (triangoli);
- approfondire la trasformazione geometrica della simmetria assiale attraverso l'apposita macchina matematica;
- alimentare pratiche riflessive e argomentative attraverso attività di osservazione, esplorazione e manipolazione, dando il giusto valore all'apprendimento cooperativo, alla didattica laboratoriale e al percorso di *problem solving*;
- produrre semplici congetture, giustificando le proprie idee. Verificare le congetture prodotte, sia empiricamente sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali contro-esempi;
- costruire, in discussione, un testo collettivo che descriva in modo sufficiente e preciso;
- utilizzare e costruire un linguaggio scientifico appropriato alla situazione;
- rispettare i diversi stili cognitivi, valorizzando l'esperienza e le conoscenze degli alunni;
- affinare la manualità e la coordinazione oculo-manuale.

### *Pre-requisiti*

Per questa attività non è necessario che l'allievo possenga particolari competenze o abilità, è sufficiente il riconoscimento delle principali figure geometriche e dei principali enti geometrici significativi di una figura.

### *Metodologia*

Alla base di questa attività vi è la visione costruttivista del processo di insegnamento-apprendimento, per la quale l'allievo può essere guidato nel passaggio da una conoscenza spontanea a una conoscenza scientifica attraverso il confronto con i fenomeni, i pari e l'insegnante.

L'ambiente di apprendimento costruito dall'insegnante si caratterizza per l'uso di diverse strategie di lavoro:

- il lavoro individuale per far emergere le conoscenze pregresse degli allievi, creare motivazione a una successiva partecipazione alla discussione collettiva,

- indurre gli allievi a una riflessione individuale sul percorso già svolto, fornire all'insegnante una documentazione su ciò che ogni allievo ha acquisito;
- il lavoro di gruppo per proporre agli alunni momenti di confronto con un numero ridotto di compagni, così da rendere più significativo lo scambio di opinioni e dare ampio spazio di parola a ciascun bambino;
  - il lavoro di classe per rendere fruibile a tutti gli alunni ciò che è patrimonio del singolo bambino o del singolo gruppo, rimettendo in gioco conoscenze per collegarle, confrontarle e reinterpretarle. Consente all'insegnante di focalizzare i punti di passaggio cruciali per far evolvere della conoscenza, di arrivare alla conclusione di un discorso e di proporre agli allievi nuovi problemi e/o nuovi strumenti.

L'esperienza, inoltre, ha come elemento fondamentale il laboratorio inteso come momento in cui l'alunno è attivo: osserva, sperimenta, manipola materiali e strumenti diversi, progetta, descrive, discute, argomenta le proprie scelte, costruisce significati e impara a raccogliere dati e a confrontarli con modelli ipotizzati.

L'insegnante, all'interno di questo contesto, esercita il suo ruolo di mediazione sia in modo diretto, attraverso l'introduzione degli strumenti matematici necessari in relazione alle diverse situazioni didattiche, sia in modo indiretto, utilizzando le produzioni individuali degli alunni (da confrontare e discutere con la classe) e attraverso la valorizzazione dei contributi degli alunni durante le discussioni in classe e il lavoro di gruppo.

### **Descrizione dell'attività**

Prima di iniziare l'attività, insieme ai bambini, si è ripassata la definizione di poligono e con essa il significato di spezzata chiusa e intrecciata.

L'esperienza si suddivide nelle seguenti fasi di lavoro:

*1. Attività esplorativa supportata da materiale concreto per l'approfondimento delle proprietà di alcuni poligoni*

Lavoro di gruppo guidato da una scheda di lavoro (2 ore).

*2. Attività esplorativa supportata da materiale concreto per l'approfondimento delle proprietà del triangolo*

Lavoro di gruppo guidato da una scheda di lavoro (2 ore).

Le prime due fasi hanno lo scopo di approfondire le principali proprietà geometriche di alcuni poligoni. I bambini hanno costruito con listelli di cartoncino di varie misure e fermacampioni diversi tipi di poligoni (triangoli, quadrati, parallelogrammi, ecc.) descrivendone la modalità di costruzione.



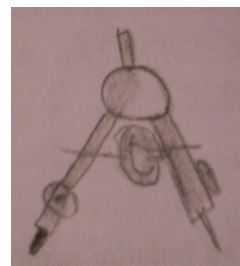
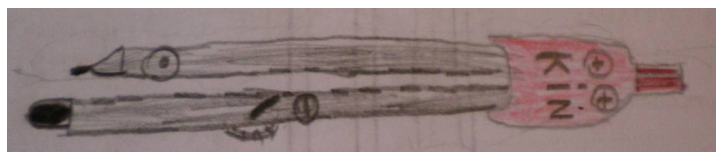
### *3. Riflessioni collettive con produzione di un testo collettivo*

Lavoro di classe (4 ore).

Insieme ai bambini, l'insegnante prova a disegnare le figure geometriche descritte da loro, ma non riesce perché mancano informazioni importanti. Con i bambini si arriva alla conclusione che per descrivere qualcosa bisogna essere precisi, completi e utilizzare un linguaggio appropriato; pertanto insegnante e bambini preparano un testo collettivo sulla costruzione di poligoni.

### *4. Esplorazione di una macchina matematica: il compasso*

Lavoro di gruppo guidato da una scheda di lavoro (2 ore).



Si vogliono evidenziare le caratteristiche della macchina matematica: come è fatta, che cosa fa e perché lo fa, dando alcuni accenni al significato di cerchio. In quest'occasione i bambini entrano per la prima volta in contatto con lo strumento compasso, forse l'hanno visto usare, ma è la prima volta che lo tengono in mano gestendone i movimenti. Inizialmente, si sono soffermati molto a guardare la struttura del compasso, i singoli ingranaggi, 'le rotelline', rimanendo così fortemente legati all'oggetto, poi pian piano attraverso la scheda di lavoro sono riusciti anche a descrivere come usarlo e a spiegare a cosa serviva. I bambini hanno portato a scuola diversi tipi di compasso (compasso normale, balaustrone e bilancino), ed è stato molto interessante perché si sono potute fare diverse considerazioni sulle diverse fattezze, sui loro diversi limiti: ad esempio il balaustrone e il bilancino sono più precisi dato che è la rotella in mezzo a determinare l'ampiezza bloccando le aste; il compasso di contro riesce a fare cerchi più grandi.

*a. Riflessioni collettive sulla fase precedente*

Lavoro di classe (1 ora).

L'insegnante produce un testo collettivo sulle riflessioni svolte in classe.

*b. Costruzioni con riga e compasso di triangoli*

Lavoro in parte di classe sotto la guida dell'insegnante, in parte individuale, seguendo una scheda di lavoro (2 ore).

L'obiettivo è quello di costruire e disegnare con riga e compasso triangoli (scaleni, isosceli, equilateri), verbalizzando e giustificando i procedimenti messi in atto.

*c. Esplorazione di una macchina matematica: simmetria assiale*

Lavoro principalmente in gruppo guidato da una scheda di lavoro (2 ore).

Si vogliono evidenziare le caratteristiche della *macchina matematica*: come è fatta, che cosa fa e perché lo fa.

*d. Riflessioni collettive sulla fase precedente*

Lavoro di classe (1 ora).

L'insegnante produce il testo collettivo per iscritto sulle riflessioni svolte in classe.

*e. Verifica finale dell'attività*

Lavoro individuale (2 ore).

La verifica è servita all'insegnante sia per appurare le abilità acquisite dagli allievi al termine dell'esperienza, sia come ritorno personale dell'andamento dell'intera attività.

## **Apprendimento: successi e difficoltà**

### *Successi*

- Miglioramento nell'argomentazione e nell'utilizzo di un linguaggio appropriato; l'esperienza ha fornito molti spunti di arricchimento e di riflessione linguistica;
- i bambini hanno ben interiorizzato la struttura delle macchine e che cosa fanno, il perché andrebbe ripreso;
- progressi nell'organizzazione del lavoro di gruppo: gli allievi hanno cooperato positivamente, trovando proprie strategie di lavoro, anche se non sono mancate piccole discussioni;
- partecipazione attiva da parte dei bambini, anche gli allievi più in difficoltà sono stati coinvolti nell'attività.

*Difficoltà*

Manipolazione e coordinazione nell'utilizzo del compasso e della macchina matematica per la simmetria assiale.

**Riflessioni conclusive dell'insegnante**

In una didattica laboratoriale il docente diviene progettista di ambienti di apprendimento, costruiti intenzionalmente per consentire percorsi attivi e consapevoli in cui lo studente sia orientato, ma non diretto. Il laboratorio ha una forte struttura, ma presenta esperienze polisemiche che non hanno un'unica strada d'approccio e che offrono quindi la possibilità d'azione a bambini di diverso livello cognitivo e con conoscenze individualmente diversificate. Gli adulti seguono le discussioni e le attività sperimentali intervenendo per sollecitare spiegazioni e interventi, introdurre nuovi strumenti e contenuti; alla spiegazione e all'interrogazione si sostituisce un dialogo finalizzato a una progressiva conquista di autonomia e fiducia nelle proprie capacità d'apprendimento da parte dell'alunno. In un contesto di questo genere, il ruolo dell'adulto non è facile da gestire e richiede una competenza di tipo professionale che va acquisita con il tempo. L'insegnante deve fare attenzione ai modi di elaborazione dell'informazione, all'impostazione delle domande e alla rimessa in circolo di aspetti importanti che non hanno ricevuto abbastanza attenzione da parte degli interlocutori. Non si deve affrettare a fornire risposte, né a risolvere il problema in discussioni corrette sul piano oggettivo, senza tenere conto di quello che è veramente comprensibile agli alunni. Nel laboratorio non manca l'uso di diversi strumenti (come le macchine matematiche) come mediatori per tenere attiva l'attenzione, per favorire l'apprendimento di ciascun bambino. Fondamentale, inoltre, risulta essere l'esplorazione di questi strumenti poiché, per utilizzare uno strumento correttamente, è necessario conoscere la struttura, le regole e darsi di esse una giustificazione.

---

**PER UN PENSIERO PROPORZIONALE**

---

*Franco Frolloni**Docente, IPSIA "Fioravanti" - Molinella (Bo)*

---

*Istituzione scolastica:* IPSIA Fioravanti - Molinella (Bo). *Classe:* II C

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pantografo di Scheiner

---

*Materiale:* Fogli bianchi, mine, nastro adesivo di carta

---

*Durata:* maggio-giugno 2010 (8 ore complessive)

---

**Presentazione**

L'attività con il pantografo di Scheiner si inserisce in una più ampia attività svolta per la prima volta lo scorso anno, con cui ho inteso recuperare competenze relative alle proporzioni e soprattutto alle loro applicazioni geometriche, che uno studente di una scuola professionale a indirizzo meccanico non può non avere. Il percorso (sviluppato mediante schede su cui i ragazzi avrebbero lavorato a gruppi) parte dalle proporzioni, passa per il teorema di Talete, e porta alle similitudini tra i triangoli e ai relativi criteri. Quest'anno ho riproposto l'attività con una 'appendice', costituita dal pantografo di Scheiner, dedicandovi l'ultimo periodo dell'anno.

Ho deciso, visto che la classe è una buona classe e che ho voluto vivere l'esperienza come un esperimento sul campo, di partire con indicazioni di lavoro veramente limitate. Naturalmente durante la discussione avrei aiutato a superare eventuali blocchi e avrei fornito tutte le indicazioni che via via si rendevano necessarie. Riguardo ai gruppi ho lasciato a loro la scelta, ripromettendomi di intervenire solo in caso di squilibri troppo accentuati. I gruppi sono stati composti in maniera soddisfacente, tranne forse uno troppo 'debole', il cui unico problema è stato la richiesta di tempi più lunghi. In effetti, in questo tipo di attività gli studenti tirano spesso fuori qualità che di solito tengono ben nascoste.

*Obiettivi*

Riconoscere nel comportamento di un oggetto meccanico la matematica studiata precedentemente.

*Pre-requisiti*

Proporzioni, teorema di Talete, similitudini.

### Metodologia

Lavoro a gruppi con ampi spazi alla discussione: collettiva, a piccoli gruppi di studenti anche non appartenenti allo stesso gruppo di lavoro, a singoli.

### Descrizione dell'attività

Le consegne:

1) Come è fatta la macchina? (Le sue parti sono fisse o mobili? Come cambia, se cambia, durante i movimenti? Puoi utilizzare non solo parole, ma anche disegni, numeri, riferimenti a figure che riconosci...). La sua struttura ti ricorda qualcosa? (questa domanda è stata fatta solo al termine dell'esplorazione e quando tutti i gruppi avevano completato le risposte).

2) Che cosa fa la macchina? *Punta* delle figure e descrivi cosa viene *tracciato* (si può disegnare qualunque figura? In qualunque parte del piano?)

3) Perché la macchina funziona? Come cambiare la scala? Perché questa sotto non funziona?

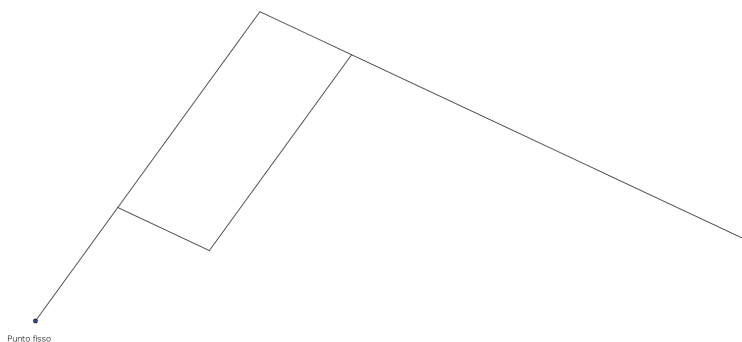


Figura 1 - Disegno del pantografo di Scheiner

### Come è fatta la macchina?

Di fronte alla domanda posta gli studenti hanno in generale stentato a partire. Qualcuno molto esplicitamente insisteva per sapere a cosa serviva quell'oggetto. Io ho solo detto che si trattava di una 'macchina matematica', cioè di un oggetto che, come un compasso, una riga o una squadra (strumenti che a loro sono molto familiari dal disegno tecnico), hanno dentro della matematica e permettono di costruire oggetti matematici. Faticosamente convinti, sono poi partiti e andati anche abbastanza spediti (e non c'è stato neanche bisogno di tutte le due ore che avevo preventivato per la prima fase). In effetti, come anche nella parte dell'attività che non

ha coinvolto il pantografo, non tutti hanno lavorato nello stesso modo, però stavolta qualcuno che precedentemente, per scarso impegno o per oggettive difficoltà, si era dato meno da fare si è mostrato più coinvolto e ha portato contributi almeno sensati alla discussione.

Muovendo la macchina cominciano a comparire figure riconoscibili. Non è stato comunque semplice riuscire ad andare con un certo ordine, ad esempio cominciare con una semplice descrizione. Viste le capacità degli studenti con le macchine utensili del laboratorio di esercitazioni pratiche, si sarebbe potuto pensare che i pezzi che costituiscono il pantografo fossero troppo semplici e quasi non degni di troppa attenzione. Ho notato con una certa sorpresa come non siano state riconosciute le differenze tra i bulloni ‘normali’ e quelli, bucati, destinati ad accogliere le mine per il disegno; sono stati invece subito notati i fori presenti in alcune delle aste e non in altre.

Le descrizioni vengono infine date. Le prime figure che vengono riconosciute sono rombi e parallelogrammi (abbiamo a lungo discusso per giungere alla conclusione che un rombo è un parallelogramma, e che per classificare una figura non conta il suo orientamento; almeno fino alla prossima volta, quando si riproporrà lo stesso problema degli angoli...). Sono anche state costruite figure particolari, come il quadrato o l'angolo retto. Il riconoscimento del parallelismo e della relazione tra le misure delle barre c'è stato, ma non così immediata è stata la sua verbalizzazione. Un po' meno immediato è stato riconoscere altre figure e ho dovuto chiedere di ‘usare della fantasia’ (e cioè ragionare in astratto come fa la matematica) per accettare i triangoli (inizialmente non visti e poi da qualcuno non accettati per mancanza di un lato: un ragazzo ha proposto quasi subito di costruire una barra con una scanalatura per collegare i vertici e non impedire i movimenti come sarebbe stato se si fosse utilizzata un'altra barra, un altro ha proposto infine di usare elastici e così abbiamo fatto). Lo stesso ragazzo della barra con scanalatura ha visto quasi subito l'allineamento dei tre punti tracciatore-puntatore-punto fisso. Un gruppo ha provato a schiacciare le aste in un segmento, ovviamente non riuscendoci; è apparso comunque evidente come fossero capaci di tale astrazione ed è stata chiara la comprensione che una macchina reale non fa esattamente quello che la matematica può prevedere come casi estremi.

Al termine ho chiesto se riconoscevano nella macchina qualcosa che fosse legato alle attività precedentemente svolte: più d'uno ha immediatamente risposto e collegato la macchina alle attività precedenti (proporzioni, teorema di Talete, similitudini).

*Che cosa fa la macchina?*

Questa parte dell'attività è stata piuttosto veloce, e anche per questo si è svolta più collettivamente che per gruppi. Forse per la recente familiarità con le similitudini non c'è voluto molto tempo perché la frase "*le due figure disegnate sono uguali?*" venisse precisata in "*le due figure disegnate sono simili?*". Avevo, in effetti, compreso che l'uso della parola 'uguale' si riferiva non alle misure ma al tipo di figura e che si trattasse di una delle loro solite imprecisioni di linguaggio. Sollecitati a fare delle prove ed effettuare delle misure, sembravano infatti poco disposti a seguire la richiesta, come se fosse tempo perso, tanto era chiara la situazione.

*Perché la macchina funziona?*

Riconosciute le similitudini è stato facile scoprire perché la macchina è capace di riprodurre disegni uno doppio/metà dell'altro (già era uscita fuori la questione dell'allineamento). Ho chiesto come potesse essere fatta una macchina che cambia di un fattore 3 o 4. Con qualche difficoltà legata al fatto che molti pensavano fosse necessario un rombo, la risposta è venuta e alla lavagna ho allora disegnato una macchina (vedi sopra). Anche qui non è stato facile, soprattutto per la difficoltà a esprimere a parole certi concetti; oltretutto uno degli studenti che più hanno contribuito durante tutto il lavoro (e in generale durante le ore di lezione) è un marocchino in Italia da meno di due anni e con comprensibili difficoltà con la lingua.

Comunque, anche aiutati da quanto precedentemente visto con gli elastici, è infine uscito fuori come il punto centrale sia quello dell'allineamento dei punti e che la condizione necessaria è che i triangoli siano simili, similitudine infine dimostrata ricorrendo al primo principio. È stata svolta una prova di verifica sulla sola prima parte dell'intera attività. Per quanto riguarda la macchina, visto che ritengo che operare su un solo tipo non sia quantitativamente molto rilevante, non ho dato prove di verifica. Qualora in futuro lavorassi su più macchine (ad esempio per affrontare un discorso organico sulle trasformazioni geometriche) verrà sicuramente prevista una verifica finale. Conclusione del lavoro si può ritenere il seguente testo scritto durante una discussione collettiva e condiviso:

*"Abbiamo lavorato con la geometria, le figure (piane). Abbiamo individuato i vari movimenti della macchina (che in qualche modo ricorda un compasso), capito come si muoveva e concluso che disegnando una figura ne esce una simile, che può essere il doppio o la metà di quella disegnata. Si possono disegnare tutte le figure. L'attività è stata più interessante del solito".*

## Apprendimento

### *Successi*

Facilità nell'utilizzo e nella comprensione del funzionamento del pantografo.

### *Difficoltà*

Giustificazione delle affermazioni e necessità di giustificare cose ritenute ovvie.

## Riflessioni conclusive dell'insegnante

Lo strumento ha permesso di vedere 'in azione' questioni appena affrontate con esercizi e problemi di tipo più usuale. Come oggetto reale, come macchina vera e propria, si è ricollegato al loro essere studenti di una scuola per meccanici e ha anche permesso di vedere un collegamento con usi normali di strumenti analoghi (incisioni). Il ruolo dell'insegnante è sicuramente diverso, ma lo è molto di più quello dello studente. Sono solito dialogare molto, facendo molte domande e dando pochissime risposte, anche su questioni di matematica trattate in modo più tradizionale. Lo studente stavolta non aveva qualcosa da imparare e riprodurre, una risposta giusta (preconfezionata nello stile se non nei contenuti) da dare e ha dovuto mettersi in gioco di più. Ha anche avuto difficoltà linguistiche legate alla necessità di cercare di spiegarsi adeguatamente in una lingua a metà tra italiano e matematica (molti errori di italiano nelle schede sono dovuti ai contributi di studenti stranieri non corretti dagli studenti italiani). Sicuramente più che in altre occasioni ho dovuto spingere perché lavorassero secondo questa modalità.



# Provincia di Modena

(Anno scolastico 2009-10)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Centro territoriale</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| MEMO - Multicentro Educativo Modena “Sergio Neri”<br>Viale Jacopo Barozzi, 172 - 41124 Modena. Tel. 059-2034311; fax 059-2034323<br>E-mail: <a href="mailto:memo@comune.modena.it">memo@comune.modena.it</a><br>Sito: <a href="http://www.comune.modena.it/memo">http://www.comune.modena.it/memo</a>                                                                                                                                       |
| <b>Personale del centro</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Mara Garuti - Responsabile del centro<br>Nives Garuti (dal 1/09/2010 è sostituita da Francesca D’Alfonso) - Coordinamento pedagogico del Centro; responsabile area rapporti con il territorio e informazione<br>Lucia Onfiani - Responsabile area disabilità e documentazione<br>Beatrice Iori - Responsabile area intercultura e informazione                                                                                              |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| È situato presso il Dipartimento di Matematica dell’Università di Modena e Reggio Emilia, via Campi 213/b, 41125 - Modena. Il direttore del Laboratorio è M.G. Bartolini Bussi. Il Laboratorio è aperto alle classi di scuola secondaria secondo un calendario disponibile sul sito.<br>E-mail: <a href="mailto:macchine@unimore.it">macchine@unimore.it</a><br>Sito: <a href="http://www.mmlab.unimore.it">http://www.mmlab.unimore.it</a> |
| <b>Formatori e tutor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <i>Formatori:</i> Michela Maschietto, Marco Turrini<br><i>Tutor:</i> Giuliana Bettini, Chiara Facchetti                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

| <b>Insegnanti coinvolti e sperimentazioni svolte</b>     |                                                               |                                                        |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| Fulvia Baccarani                                         | Liceo classico “S. Carlo” - Modena                            | Curvigraphi                                            |
| Giuliana Bettini                                         | Ist. prof.le agrario “Spallanzani” - Castelfranco Emilia (Mo) |                                                        |
| Maurizio Vacca                                           | Istituto “S. Cuore” - Modena                                  |                                                        |
| Fulvia Baccarani                                         | Liceo classico “S. Carlo” - Modena                            | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Chiara Facchetti                                         | Scuola sec. I grado “A. Fiori” - Formigine (Mo)               |                                                        |
| Roberta Serravall, Carmela Sgarioto                      | I.C. “Guinizelli” - Castelfranco Emilia (Mo)                  |                                                        |
| Marco Pelillo                                            | I.C. “Marconi” - Castelfranco Emilia (Mo)                     |                                                        |
| Valeria Vesi                                             | Ist. prof.le agrario “Spallanzani” - Castelfranco Emilia (Mo) |                                                        |
| Stefano Barbieri                                         | Scuola sec. I grado “Montanari” - Mirandola (Mo)              | Riga e compasso                                        |
| Monica Bellini                                           | ISA “Venturi” - Modena;                                       |                                                        |
| Anna Gibellini                                           | Liceo “C. Sigonio” - Modena                                   |                                                        |
| Antonella Casarini, Fiorenza Clementi, Gelsomina Persico | I.C. “Marconi” - Castelfranco Emilia (Mo)                     | Pascalina (Zero+1)                                     |
| Donato Ciulla                                            | D.D. VI Circolo - Modena                                      |                                                        |
| Maria G. Cardillo                                        | I.C. “Kennedy” - Reggio Emilia                                |                                                        |
| Valeria Pradelli                                         | Istituto “Sacro Cuore” - Modena                               |                                                        |

## IL CENTRO DI DOCUMENTAZIONE MEMO - MULTICENTRO EDUCATIVO MODENA “SERGIO NERI”

*Lucia Onfiani*

*Referente Area Documentazione e Area Disabilità - MEMO*

MEMO - Multicentro Educativo Modena “Sergio Neri” - è un centro di servizi per la formazione, consulenza e documentazione che il Comune di Modena ha istituito a supporto dell'autonomia scolastica delle scuole della provincia. Viene inaugurato nel 2004 come risultato di un percorso storico, politico e culturale iniziato nella seconda metà degli anni '80 con la creazione di alcuni servizi: CDE - Centro Documentazione Educativa, CDH - Centro Documentazione Handicap, Itinerari scuola-città, Educazione Permanente.

L'attenzione e la cura posta dall'Amministrazione comunale nel mantenere vivo il rapporto fra la scuola e la cultura della città e del territorio colloca MEMO all'interno di un sistema formativo integrato, dove la collaborazione con gli enti e le istituzioni crea le condizioni per sostenere la progettualità, l'innovazione e la ricerca nelle scuole. Pertanto MEMO si presenta come:

- una struttura in grado di stimolare e sviluppare il dibattito educativo-culturale che ruota attorno alla scuola, attraverso il confronto sulle teorie e sulle prassi, trasformando le idee in pratiche di lavoro e nuove competenze.
- un luogo fisico riconosciuto dagli insegnanti come spazio di incontro e di scambio di esperienze in cui trovare sostegno alla professionalità docente.

L'utenza di MEMO è formata da insegnanti di ogni ordine e grado scolastico a cui seguono educatori, operatori socio-sanitari, volontari, studenti e genitori. I servizi che elargisce curano e promuovono la documentazione, la formazione, l'informazione, la ricerca e la consulenza su diverse aree tematiche: l'area dei saperi educativi-culturali-disciplinari, l'area disabilità e integrazione, l'area interculturale e l'area dei rapporti con il territorio.

Sono due, in particolare, i servizi che MEMO ha messo a disposizione per il sostegno e lo sviluppo del Progetto di ricerca regionale “Scienze e Tecnologie - Azione 1”: la formazione e la documentazione.

### **La formazione**

L'inserimento della proposta formativa “Laboratorio delle Macchine Matematiche” all'interno del piano formativo di Memo per l'anno scolastico 2009-10 ha

creato, secondo la valutazione delle istituzioni coinvolte, una situazione favorevole al corso in termini sia di informazione che di organizzazione e gestione. All'inizio dell'anno scolastico nelle scuole della città e della provincia di Modena arriva il fascicolo con le proposte del piano formativo, consultabile anche on line nel sito di MEMO<sup>59</sup>. In base a questo tipo di azione si può sostenere, quindi, che l'informazione è stata ampia e diffusa. Inoltre il supporto all'organizzazione e al monitoraggio, compiuto dall'unità operativa di MEMO che si occupa di formazione, ha facilitato la predisposizione e la raccolta delle firme dei partecipanti, il contatto con gli stessi per comunicazioni, la predisposizione e la diffusione di materiali utili allo svolgimento del corso.

### **La documentazione**

Per ciò che attiene questa area di intervento MEMO si è impegnato nella realizzazione di un prodotto multimediale che documenti le sperimentazioni avvenute nelle classi. Il centro ha gestito e organizzato i contatti tra il tecnico video e gli insegnanti e, attraverso incontri individuali e di gruppo, ha sostenuto il lavoro di selezione delle immagini, di scrittura della sceneggiatura e di analisi e definizione del prodotto finale, che verrà diffuso pubblicamente.

L'elevata disponibilità dei docenti in formazione a sperimentare con le classi ha richiesto, per le riprese video, una selezione secondo i criteri dell'ordine scolastico, dell'uso di diverse macchine matematiche e della territorialità. Le scuole coinvolte sono state: l'istituto comprensivo "Marconi" di Castelfranco Emilia, il liceo classico "San Carlo" e la scuola secondaria di I grado "Sacro Cuore" di Modena. Per ogni scuola sono stati previsti tre incontri di due ore ciascuno per le riprese, per un totale di sei ore di girato. Attraverso questi documenti è possibile analizzare passo passo la reazione degli studenti allo stimolo proposto dal docente: dall'esplorazione e manipolazione delle macchine, alla formulazione di ipotesi sul loro funzionamento, alle argomentazioni.

La selezione delle sequenze più significative è stata la parte di lavoro che ha richiesto ai docenti maggiore impegno, da una parte perché le ore di girato sono molte e per compiere una selezione efficace hanno dovuto guardarle e riguardarle parecchie volte, dall'altra perché è il lavoro in sé della selezione che richiede una capacità di 'estraniamento' dal prodotto che si conquista con tempo e fatica.

---

<sup>59</sup> All'indirizzo [www.comune.modena.it/memo](http://www.comune.modena.it/memo).

## Prospettive future

Le prospettive future sono orientate verso il consolidamento della formazione dei docenti e l'organizzazione del prestito di una parte delle macchine matematiche (per l'aritmetica), offrendo alle scuole la possibilità di inserire nella didattica le attività del laboratorio secondo le metodologie, le indicazioni e le sperimentazioni scaturite dal progetto regionale di ricerca.

MEMO, tra i suoi servizi, accoglie già una biblioteca specializzata nelle aree dei saperi disciplinari e dell'integrazione delle persone con disabilità che raccoglie libri, esperienze, giochi e strumenti didattici per il prestito al pubblico. La consultazione del catalogo dei materiali è accessibile on line, collegandosi al sito sopra citato. Una volta che le macchine matematiche e le risorse derivanti dalle sperimentazioni nel Progetto regionale saranno in carico a MEMO per il prestito, potranno usufruire dello stesso sistema di catalogazione e della stessa visibilità dei materiali contenuti nel catalogo, nella prospettiva che MEMO diventi un punto di incontro per gli insegnanti dove condividere metodologie, esperienze e sperimentazioni.

Nell'ottica del consolidamento delle competenze acquisite dai docenti formatori che hanno partecipato alla ricerca, MEMO prevede per il futuro anno scolastico un livello avanzato del corso "Laboratorio delle Macchine Matematiche" a essi riservato. Verranno forniti alcuni strumenti metodologici che consentiranno loro l'analisi delle sperimentazioni e dei percorsi proposti in classe nella precedente edizione. Il materiale girato dalle scuole, infatti, è molto ricco e si presta a diverse analisi: della produzione degli allievi, del modo in cui si pone il docente nella conduzione dell'esperienza, del clima collaborativo instaurato in classe, che ha stimolato le interazioni tra compagni e il coinvolgimento di tutti gli allievi. Un'ulteriore osservazione: già il piano formativo 2009-10 di MEMO proponeva un corso, in collaborazione con la Facoltà di Scienze della Formazione dell'Università di Modena e Reggio Emilia, intitolato "Laboratorio di matematica: il caso della scuola cinese", nel quale veniva proposto un confronto tra il caso della scuola italiana e il caso della scuola cinese, da alcuni anni alla ribalta per i successi degli studenti nelle indagini comparative internazionali. Il corso si è sviluppato attraverso analisi di ricerche internazionali e di libri di testo cinesi, confrontati con i libri italiani, accompagnati con proposte concrete di sperimentazioni (l'abaco cinese, *suàn pàn*) da realizzare in classe. La logica che sottende questa proposta è in linea con quella del progetto di ricerca e sembra un buon esempio di sinergia.

## DALLA FORMAZIONE ALLA SPERIMENTAZIONE: LA VOCE DEI TUTOR

Giuliana Bettini\*, Chiara Facchetti\*\*

\*Docente, Scuola secondaria di I grado "Fiori" - Formigine (Mo),

\*\*Docente, Istituto professionale agrario "Spallanzani" - Castelfranco Emilia (Mo)

### L'attività del docente tutor

Il nostro lavoro di tutor ha avuto inizio al termine della formazione e subito prima di suddividerci in gruppi per sperimentare in classe ciò che avevamo imparato. I corsisti sono stati ripartiti in quattro gruppi, in base al tipo di macchina scelto per la sperimentazione; a ciascun gruppo è stato affiancato un tutor.

Con i docenti formatori abbiamo concordato il nostro ruolo: inizialmente dovevamo monitorare la preparazione delle sperimentazioni, affinché avvenissero secondo le metodologie didattiche apprese e condivise e nel rispetto dei contenuti trattati. Nel periodo di svolgimento del lavoro in classe, dovevamo essere un punto di riferimento per i docenti e un tramite con i docenti formatori in caso fossero necessari chiarimenti o sorgessero problemi. terminate le sperimentazioni, occorreva controllare che tutta la documentazione disponibile (griglia della sperimentazione, diario di bordo, protocolli, filmati, immagini...) fosse riversata nella piattaforma. La collaborazione e il monitoraggio dovevano avvenire (e avvengono ancora) tramite la piattaforma e, quando necessario e possibile, in presenza.

Proprio la piattaforma è stata un aiuto importante per il nostro lavoro: inizialmente abbiamo dovuto imparare noi stesse a usarla nel modo corretto, con il supporto (e l'incoraggiamento!) dei formatori, ma nel corso delle sperimentazioni è diventato uno strumento fondamentale di confronto e di condivisione di materiali.

All'interno della piattaforma sono state costruite due nuove sezioni: una dedicata alle sperimentazioni e una ai tutor. Lo spazio riservato ai tutor ci ha permesso di dialogare costantemente con i docenti formatori: è stato utilizzato per avere chiarimenti sia per cose semplici come orari, tempi o modulistica, sia per scambiare pareri o progettare nuove strategie ogni volta che l'avanzamento delle sperimentazioni lo rendeva necessario.

Nella sezione *Sperimentazione* della piattaforma abbiamo tenuto i rapporti con i nostri gruppi. Inizialmente abbiamo chiesto a ogni corsista di inviare la griglia con il progetto delle sperimentazioni concordate nel sesto incontro della formazione (titolo, artefatto, tempi, obiettivi, descrizione delle attività che si intendevano svolgere...). Ricevute le griglie, abbiamo programmato un incontro in presenza per de-

finire meglio i dettagli sia di tipo pratico, sia di tipo didattico.

È stato necessario stabilire un calendario per quei gruppi che utilizzavano le stesse macchine, in modo che non ci fossero sovrapposizioni, e prenotare il laboratorio per le sperimentazioni che prevedevano una lezione al Dipartimento di Matematica. Nell'ambito di questo primo incontro si sono fatte anche scelte di tipo metodologico, per realizzare sperimentazioni affini (ad es., il gruppo 'coniche' ha concordato di utilizzare curvigrati a filo teso in tutte le sperimentazioni e iniziare con una presentazione storica) o per produrre schede di lavoro (in alcuni casi si è deciso di utilizzare la stessa tipologia di scheda, in altri di differenziarla rispetto ai livelli scolari). A questo primo incontro è seguito un periodo di scambio di materiali e idee fra tutor e docenti sulla piattaforma, terminato, per alcuni gruppi, con un ultimo incontro prima dell'inizio della sperimentazione in classe.

Nel corso delle sperimentazioni il lavoro dei tutor è stato principalmente quello di mantenere i contatti con i docenti, sia rispondendo a loro richieste, sia sollecitandoli a mantenere i rapporti con il gruppo. La piattaforma è stata il luogo in cui scambiare materiali, raccontarsi le esperienze, ma anche in cui ritrovare quel clima di lavoro positivo e carico di entusiasmo degli incontri in presenza. Non sono mancati momenti di 'fatica' dovuti a dubbi, paura di non raggiungere gli obiettivi con la classe, di non stare nei tempi previsti ecc., e in alcuni casi è stato necessario utilizzare la posta elettronica per i docenti restii a rispondere in piattaforma.

## Le sperimentazioni

Di seguito sono elencate le sperimentazioni svolte dai docenti iscritti al Progetto, suddivise per gruppi.

- *Trasformazioni geometriche*: le sperimentazioni in questo gruppo si sono differenziate per quanto riguarda il tipo di trasformazione (simmetria assiale, stiramento, omotetia). Le classi coinvolte sono state: per la secondaria di primo grado una classe prima e due classi seconde, per la secondaria di secondo grado una classe al secondo anno di liceo classico e una terza di un istituto professionale.
- *Pascalina*: questo gruppo, come dice il nome stesso, si è dedicato alla sperimentazione con la pascalina nelle scuole primarie e secondarie di primo grado. Le classi coinvolte sono prima, quarta e quinta della primaria e due prime classi di scuola secondaria di primo grado.
- *Coniche*: la sperimentazione con i curvigrati ha coinvolto tre classi di scuola secondaria di secondo grado (una seconda di un istituto professionale e due

classi al terzo anno di liceo classico). Sono stati utilizzati due curvigrafi a filo teso, parabolografo ed ellissografo, per scoprire o riscoprire le proprietà delle coniche.

- *Riga e compasso*: i quattro docenti coinvolti hanno affrontato le sperimentazioni in modo originale e autonomo, producendo proprie schede didattiche o avanzando per problemi posti alla classe, ma sempre ispirandosi al percorso seguito in formazione (dall'artefatto allo strumento). Le sperimentazioni con riga e compasso hanno coinvolto due classi prime di scuola secondaria di primo grado e due classi prime di scuola secondaria di secondo grado.

Le sperimentazioni hanno impegnato le classi dalle 6 alle 12 ore.

### **Prospettive future**

Durante l'ultimo incontro di formazione, tutti i corsisti hanno manifestato il desiderio e l'esigenza di continuare l'interessante percorso iniziato quest'anno, mantenendo come riferimento il Laboratorio di Modena. Se il lavoro fatto quest'anno si concludesse qui, certamente andrebbe a sommarsi alle numerose esperienze positive che costellano la carriera di noi insegnanti, ma il nostro ruolo richiede una formazione continua che abbia una ricaduta efficace sulla didattica.

Quest'anno abbiamo potuto sperimentare di persona che ciò si può realizzare!



## NUMERI... IN MACCHINA: ALLA SCOPERTA DELLA PASCALINA

*Antonella Casarini, Fiorenza Clementi*

*Docenti, Istituto comprensivo "G. Marconi" - Castelfranco Emilia (Mo)*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte:*

Istituto comprensivo "G. Marconi" di Castelfranco Emilia (Mo)

Classi: 4<sup>a</sup> A, D, E di scuola primaria

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pascalina

---

*Materiali:* Fogli bianchi, matite, matite colorate, gomma e temperino, cartoncino, fermacampioni, schede fotocopiate

---

*Durata:* marzo-maggio 2010, per un totale di 6 ore

---

### **Presentazione**

All'interno delle varie proposte di lavoro, quella dell'attività con le pascaline ci è sembrata la più adatta a inserirsi nel percorso didattico predisposto per i nostri alunni: questo sia perché direttamente collegabile al sapere matematico da loro conosciuto sia per le abilità di osservazione e di riflessione che poteva stimolare.

I contenuti matematici in gioco riguardano il numero nei suoi aspetti di confronto, ordinamento e valore posizionale.

### *Obiettivi*

Proporre agli alunni delle attività volte a stimolare le capacità di:

- osservazione;
- riflessione;
- formulare ipotesi e di verificarle attraverso la sperimentazione diretta;
- verbalizzare le proprie osservazioni e deduzioni;
- produrre elaborati attinenti i contenuti presi in esame.

### *Pre-requisiti*

Per affrontare l'attività, gli alunni devono conoscere i contenuti matematici precedentemente individuati. Da non sottovalutare la conoscenza degli aspetti spaziali (destra, sinistra, in basso, in alto...) e del corretto significato dei termini matematici in gioco (per es. cifra, numero, unità...).

### *Metodologia*

Nello svolgimento delle varie esperienze (soprattutto quelle di sperimentazione ‘della’ e ‘sulla’ macchina) gli alunni sono stati divisi a coppie nel modo da noi ritenuto il più equilibrato possibile tenuto conto del livello di apprendimento e delle caratteristiche relazionali. La discussione che di volta in volta si rendeva necessaria veniva effettuata a livello di intera classe. Con queste modalità sono state effettuate attività individuali mediante disegni e verifiche scritte. L’attività svolta è stata in parte registrata, video-registrata e fotografata.

### **Descrizione dell’attività**

L’attività sulle pascaline ricalca il protocollo di sperimentazione sulle macchine matematiche che prevede: l’esplorazione della macchina (*come è fatta la macchina?*); la produzione di congetture (*cosa fa la macchina?*); la giustificazione (*perché lo fa?*).

Nelle varie giornate le attività sono state così suddivise e proposte:

#### *Fase 1 - (2 ore circa)*

- Conoscenza della pascalina attraverso l’esplorazione (a coppie);
- descrizione dell’artefatto ed esposizione di ipotesi sul suo funzionamento e sul prodotto finale;
- disegno della macchina, senza modello, ma dopo un’accurata osservazione.

#### *Fase 2 - (2 ore circa)*

- Osservazione (a coppie) di alcuni disegni della pascalina effettuati da alunni (scheda 2) per evidenziare gli elementi corretti e quelli sbagliati;
- conversazione e discussione sulle osservazioni fatte;
- ricostruzione di una pascalina utilizzando ruote di carta e fermacampioni per verificare la corretta organizzazione delle parti e il verso di rotazione delle ruote (a coppie);
- compilazione della scheda n. 1 (attività individuale e verifica);
- compilazione della scheda n. 2 (attività individuale e verifica).

#### *Fase 3 (2 ore circa)*

- Compilazione individuale della scheda n. 1 (percorso 2);
- discussione collettiva per arrivare a identificare i due schemi d’uso che permettono di rappresentare i numeri;
- compilazione della scheda n. 2 per elaborare e consolidare quanto emerso nella discussione (a coppie);

- lettura e commento delle schede;
- compilazione individuale della scheda n. 4.

Le prove di verifica sono state somministrate a conclusione della seconda e della terza giornata di lavoro. Le schede utilizzate sono state la n. 3 e la n. 4 del percorso 1; la n. 1 del percorso 2.

## Protocolli degli alunni

### Come è fatta?

Dopo aver osservato e analizzato l'artefatto, gli alunni iniziano a descriverlo.

*Irene:* È fatto con delle ruote che si girano.

*Dario:* Questo oggetto è formato da 5 ingranaggi che muovendo il più basso si possono muovere tutti.

*Insegnante:* Perché è il più basso? Più basso rispetto a cosa?

*Mattia:* Al piano fatto a gradoni.

*Ins.:* Ci sono delle ragioni perché queste ruote sono più basse o più alte?

*Giorgia:* Sono così perché se no si prendono contro.

*Mattia T:* Una è bassa perché fa girare quella rossa e quella rossa con questa cosa viola fa girare la più alta.

*Matteo L.:* Le prime due ruote sono piccole; hanno come la forma di un orologio e contengono tutti i numeri dall'uno al nove.

*Ins.:* Dall'uno al nove?

*Insieme:* Dallo 0.

*Angela:* Una gialla è più alta; ci sono tre gialle e due arancioni.

*Ins.:* Descriviamo gli ingranaggi.

*Alice:* 2 arancioni e 3 gialli. Hanno punte con numeri da 0 a 9. ci sono dei triangoli rossi e una virgola che si può spostare e le frecce viola.

*Ins.:* A cosa servono le frecce viola?

*Luca:* Spostano gli ingranaggi viola che sono più in alto.

*Emma:* I triangolini rossi servono a capire i numeri che vuoi scrivere.

*Alessandro:* La macchina dei numeri guardata sul fianco sembra una scala.

*Shady:* La macchina ha cinque ruote, queste ruote hanno i denti, tre ruote hanno i denti con i numeri da 0 a 9 e sono gialle, due ruote hanno le frecce viola e sono arancioni.

*Elisa:* Tutte le rotelle sono alte uguali, non sembra perché il piano dove sono appoggiate non è piatto ma è fatto a scale.

*Giovanna:* Le ruote, per me, si intrecciano con i denti.

*Lorenzo:* Le ruote sono collegate con le frecce che alimentano l'ingranaggio.

### Cosa fa?

*Nicole:* Ogni ruota gira per conto proprio, poi la freccia le fa girare.

*Linda:* Non è vero quello che ha detto Nicole non è solo la freccia che le fa girare ma si girano sempre quando ne giri una.

*Andrea:* Ci sono queste rotelle che poi fanno girare quella al centro e poi a un certo punto la freccia si abbassa e fa girare le altre ruote.

*Enrico e Alexandra:* Le rotelle si muovono perché sono una più in alto dell'altra, se fossero tutte alla stessa altezza si muoverebbero tutte insieme, invece sono ad altezza diversa quindi è la freccia che le fa muovere quando arrivano a nove. È la diversa altezza che fa muovere le rotelle.

*Xie e Niccolò:* Abbiamo scoperto che quando con questa ruota (quella in basso a destra) arrivi a 9 alimenta questa (ruota centrale), quando anche questa è a 9 alimenta questa (ruota in basso a sinistra) fino ad arrivare a 999, se giro ancora arrivo a 1000, cioè a 000 e ricomincio da capo.

*Linda:* Sono le frecce che spingono quando si arriva a 9.

*Giuseppe:* (La pascalina) può servire a contare. Se la muovi cambia numero.

*Chiara:* Se io giro la ruota arancione, gira anche la ruota gialla perché i raggi si incastrano negli spazi vuoti della ruota gialla.

*Luca:* A un certo punto la levetta viola si abbassa e fa girare l'altra ruota.

*Marius:* Quando l'ho girato 10 volte, allora fa girare una volta quella dopo.

*Alex:* Quando scatta lo zero, la linguetta fa girare quella dopo.

*Roy:* Quando si muove lo zero, quella linguettina bianca che c'è dietro fa alzare la linguetta viola che fa girare anche l'altra ruota gialla, che fa girare anche l'altra ruota arancione.

*Alex:* Quando si arriva a 9, se si fa un altro giro e si muove l'altra ruota.

*Alex:* Se sulla prima ruota faccio girare 9 volte lo 0, dopo fa lo scatto nell'ultima ruota.

*Ins.:* Cosa vuol dire questo che ha detto Alex?

*Alex:* 100.

*Ins.:* Perché, cosa hai fatto qui sopra?

*Alex:* 10 volte...

*Dario:* Le frecce viola sono una parte che serve a far spostare la ruota del livello più alto (quella che viene subito dopo).

*Mattia T.:* Questo gioco gira come delle ruote, questo gioco ha una funzione come un orologio, cioè funziona come degli ingranaggi: una ruota muove altre ruote.

*Mattia T.:* Quella arancione con la freccia viola va a... toccare quella un po' più alta e fa girare anche l'altra.

*Matteo:* Lo scopo delle molle è quello di fermare i numeri sul triangolo.

*Giorgia:* Fa tic.

*Ins.:* Quando fa tic? Facciamo silenzio, proviamo a sentire se tutte le volte fa tic: state ad ascoltare (gira la ruota).

*Salvatore Fe:* Ogni volta che passa dalla molla, la molla fa rumore.

*Mattia:* Ho notato che la molla serve anche ad abbassare la freccia.

*Elmehdi:* La freccia si abbassa sempre quando il triangolo ha la punta sul 9. La lancetta si abbassa quando è al 9 e dopo metto lo 0, la lancetta fa girare quella dopo.[...]

*Mattia T.:* È una specie di calcolatore.

*Giovanni:* Questa macchinetta è come una calcolatrice, se muovi le rotelle ti vengono diversi numeri, dopo spostando la virgola vengono i numeri decimali mentre a destra ci sono numeri interi.

*Ins.:* A cosa serve questa macchinetta? Facciamo un riassunto.

*Luca:* Per provare a trovare le unità.

*Alessia:* Per formare tutti i numeri.

*Emma:* Per contare.

*Alice:* Contare i decimali.

*Matteo:* Può servire anche per fare delle operazioni.

*Alex:* Per fare delle operazioni con 10,100,1000.

*Federico:* Secondo me serve per formare numeri con tre cifre.

*Shady:* Secondo me la pascalina serve per calcolare.

*Matteo V.:* La pascalina serve per capire le cifre e i numeri.

## **Apprendimento: successi e difficoltà**

### *Successi*

L'attività ha permesso di rendere concreti concetti matematici astratti; di sperimentare e condividere osservazioni di tipo matematico e di 'conversare' di matematica.

### *Difficoltà*

Riconoscere l'ordine corretto delle cifre sulle ruote dentate e il corretto verso di rotazione.

## **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

L'insegnante in questo contesto assume il ruolo di colui che predispone un ambiente di apprendimento con caratteristiche diverse da quelle della maggior parte delle attività quotidiane; in questa ottica l'insegnante fa proposte, ascolta e lascia maggior spazio agli alunni.

Lo strumento utilizzato ha funzionato come mediatore di apprendimenti: ha sollecitato curiosità negli alunni, stimolato la loro capacità di fare ipotesi, di verbalizzarle, di verificarle, di confrontarsi con le opinioni dei compagni e con i propri errori e quindi di dover argomentare le proprie convinzioni; è stato inoltre fondamentale nel mettere in evidenza i pregiudizi che alcuni studenti avevano su concetti matematici come cifra, numero e valore posizionale.

## SIMMETRIA ASSIALE E STIRAMENTO

*Marco Pelillo*

*Docente, Istituto comprensivo "G. Marconi" - Castelfranco Emilia (Mo)*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte*

Istituto comprensivo "G. Marconi" - Castelfranco Emilia (Mo)

Il classe di scuola secondaria di primo grado

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pantografo per la simmetria assiale e per lo stiramento

*Materiale:* Oltre ai pantografi, fogli bianchi, mine, nastro adesivo di carta, fogli protocollo per le relazioni di gruppo, schede di lavoro individuali (contenenti domande guida e immagini per la ricerca delle simmetrie)

---

*Durata:* 7 ore distribuite in 3 settimane

---

### Presentazione

Il percorso sulle trasformazioni (isometriche e non isometriche) è parte della programmazione annuale dell'insegnante. La possibilità di utilizzare le macchine matematiche nella fase introduttiva all'argomento ha la funzione di motivare gli alunni e di proporre una metodologia abbastanza originale.

L'uso delle macchine permette di fissare concetti precedentemente acquisiti e fare tesoro di esperienze già svolte, relative alla perpendicolarità e allo studio delle proprietà dei quadrilateri. Allo stesso tempo, la fase di produzione pratica permette di approdare in maniera del tutto spontanea alla formalizzazione e all'astrazione del concetto.

L'associazione dello stiramento alla simmetria assiale, infine, consente di dare spazio già dal principio del percorso alla possibilità di una trasformazione non isometrica, ottenuta secondo procedure non dissimili da quelle di una trasformazione isometrica. In questo modo si fissa l'attenzione sulle differenze tra le due categorie di trasformazioni e, insieme, si consolidano concetti parallelamente affrontati in ambito aritmetico, quali il rapporto e la riduzione in scala.

### Obiettivi

Riconoscere il tipo di trasformazione geometrica ottenuta attraverso l'utilizzo di un pantografo; studiare gli elementi caratterizzanti di una trasformazione isometrica o non isometrica particolare; comprendere la relazione esistente tra la trasformazione geometrica dello strumento e la trasformazione prodotta.

### *Pre-requisiti*

Conoscenza degli enti geometrici fondamentali; conoscenza dei concetti di perpendicolarità e parallelismo; conoscenza delle proprietà dei quadrilateri; conoscenza del concetto di rapporto.

### *Metodologia*

Lavoro in gruppi nella fase sulle macchine matematiche; lavoro individuale di riflessione e compilazione delle schede con i questionari; discussione collettiva finalizzata alla condivisione e alla formalizzazione delle conclusioni, al termine di ogni lezione.

### **Descrizione dell'attività**

Tanto nelle schede sottoposte agli alunni per il lavoro individuale e di gruppo, quanto nella discussione collettiva finalizzata alla condivisione delle esperienze e alla formalizzazione dei concetti, sono state seguite tre fasi tipiche:

- osservazione e descrizione della macchina (come è fatta?);
- utilizzo della macchina (cosa fa?);
- riflessione sulla relazione tra la geometria della macchina e la trasformazione prodotta (perché lo fa?).

L'identificazione del sistema articolato come rombo (nel caso sia del pantografo per la simmetria assiale sia di quello per lo stiramento) ha permesso gradualmente di trasferire le conoscenze degli alunni sulle proprietà dei quadrilateri (in particolare il fatto che le diagonali sono perpendicolari e si tagliano a metà) alle ragioni per cui i movimenti del sistema articolato producono determinate corrispondenze nel piano. Nel caso della simmetria assiale gli alunni sono facilmente giunti a estendere anche al deltoide la proprietà di produrre lo stesso tipo di trasformazione.

Nel caso delle macchine per lo stiramento, il rapporto di riduzione o di ingrandimento lungo la direzione perpendicolare alla scanalatura, ha messo in gioco anche una riflessione sul rapporto tra le lunghezze dei segmenti in cui vengono divisi i due lati vincolati del sistema articolato.

### *Scansione oraria dell'attività svolta:*

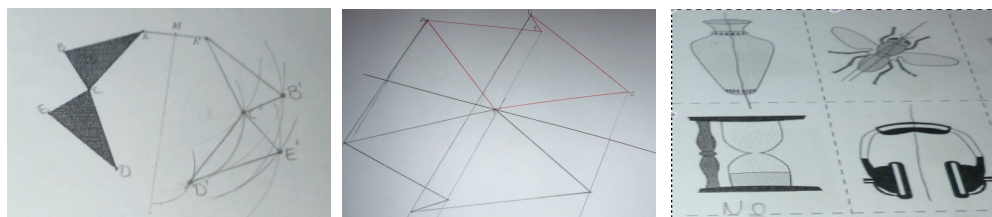
#### *Fase 1 - (2 ore): utilizzo della macchina per la simmetria assiale*

I ragazzi, divisi in gruppi equi-eterogenei (di 3 o 4 persone), sono stati invitati a esplorare le macchine per la simmetria assiale e, successivamente, a rispondere in-

dividualmente alle domande di una scheda fornita dal docente e a produrre un testo condiviso dal gruppo. Infine un esponente di ciascun gruppo ha esposto il lavoro svolto.

*Fase 2 - (2 ore): formalizzazione ed esercitazione sulla simmetria assiale*

Nella seconda giornata di lavoro non si è fatto uso di macchine matematiche. I ragazzi sono stati divisi negli stessi gruppi; hanno discusso sul funzionamento della macchina utilizzata e ipotizzato le ragioni tecniche e geometriche che giustificano tale funzionamento. Sono stati eseguiti esercizi di realizzazione di figure simmetriche e altri per il riconoscimento di un asse di simmetria all'interno di figure di vario genere.



*Fase 3 - (2 ore): utilizzo della macchina per lo stiramento*

La prima ora è stata dedicata al lavoro di esplorazione delle macchine nei gruppi, la seconda alla condivisione dei risultati ottenuti. Attraverso le domande dell'insegnante sono emerse le analogie e le differenze rispetto alla macchina per la simmetria assiale. Sono stati messi a confronto i due tipi di trasformazione ottenuti, formalizzando i concetti di trasformazione isometrica e non isometrica.

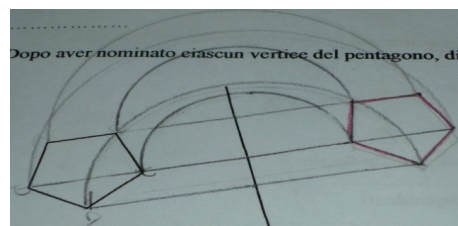
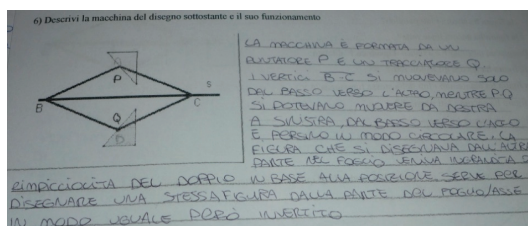
Sono emersi chiaramente tutti i punti essenziali della trasformazione osservata, anche se alcuni gruppi non sono riusciti a quantificare lo stiramento osservato nel rapporto 2:1 e pertanto non hanno potuto mettere in relazione questo rapporto con la geometria della macchina.

*Fase 4 - (1 ora): verifica degli apprendimenti su simmetria assiale e stiramento*

La verifica è stata strutturata in una prima parte di valutazione delle conoscenze e una seconda parte dedicata alle abilità. Sono state verificate la conoscenza del lessico specifico delle trasformazioni, la comprensione dell'attività laboratoriale svolta e la capacità di realizzare simmetrie assiali e stiramento di figure geometriche semplici. Una domanda critica è stata quella legata all'unicità del punto simmetrico (molti dei ragazzi hanno ammesso la possibile esistenza di altri punti), mentre, dal punto di vista delle abilità i risultati sono stati nettamente superiori rispetto



a quelli delle classi che non hanno sperimentato le macchine matematiche. Maggiori difficoltà sono emerse nella realizzazione di trasformazioni non isometriche (pur rispondendo correttamente alle domande molti alunni hanno disegnato figure simili, ridotte o ingrandite, al posto delle figure stirate o schiacciate).



### Apprendimento: successi e difficoltà

Gli alunni di questa classe sono abituati a svolgere attività didattiche in modalità non sempre tradizionali; la lezione frontale è spesso sostituita da attività di tipo laboratoriale in ambito matematico e scientifico. Per questo motivo, l'esperienza con le macchine matematiche ha collaudato un atteggiamento positivo nei confronti dell'attività scolastica vissuta come occasione per nuove scoperte. Un elemento interessante che è emerso in questo clima è stata l'opportunità colta da molti studenti di far emergere conoscenze maturate in altri contesti e di integrarli nella nuova attività (tra questi il concetto di perpendicolarità, la definizione dell'asse di un segmento e la sua costruzione attraverso l'uso di software didattici, le proprietà del rombo e del deltoide, il concetto di rapporto applicato alle aste del sistema articolato nel caso delle macchine per lo stiramento).

Relativamente agli aspetti più critici, invece, i ragazzi hanno confermato un atteggiamento tipico della classe, cioè quello di voler raggiungere individualmente e in tempi brevi dei risultati, senza prestare attenzione alle opinioni altrui e al rigore dei procedimenti per ottenerli. A questo si è aggiunta la tendenza a evitare spesso l'uso di strumenti del disegno geometrico (compasso, squadrette accoppiate); nel caso della realizzazione di linee perpendicolari, ad esempio, pur escludendo alcuni ragazzi maggiormente in difficoltà (ancora legati all'orizzontalità e verticalità o al sistema di riferimento costituito dai margini del foglio da disegno), la maggior parte degli alunni ha preteso di riuscire a ottenerle, anche sul foglio non quadrettato, attraverso l'uso del solo righello, antepoendo il 'senso' dell'operazione al 'metodo' corretto per eseguirla.

### **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

L'uso delle macchine matematiche ha costituito un elemento di forte motivazione nelle fasi iniziali dell'attività. Ha permesso ai gruppi di costruire le proprie conoscenze in modo più autonomo rispetto all'intervento dell'insegnante, che è servito soprattutto per stimolare, sintetizzare, porre domande che aiutassero a dirigere l'attenzione su alcuni aspetti prioritari. L'attività in gruppo ha anche obbligato i soggetti più individualisti a un confronto con i compagni. Se nella prima lezione le macchine sono state usate con un certo senso di timore (e quasi esclusivamente dai leader dei gruppi), nel procedere della sperimentazione tutti i componenti dei gruppi si sono alternati nel loro uso e hanno voluto verificare direttamente le proprie ipotesi.

Il ruolo dell'insegnante in questo contesto è stato quello di facilitatore nella conquista dei concetti nuovi, attraverso una dinamica di svolgimento della lezione a cui la classe era già stata abituata in altre occasioni. In questo caso, tuttavia, la presenza di un oggetto materiale, rispetto alla risoluzione di un problema astratto, ha fornito un'occasione più ricca del solito per compiere un'esplorazione iniziale da parte dello studente, fase in cui il ruolo dell'insegnante è stato del tutto marginale.

Durante il procedere dell'attività, tuttavia, l'intervento dell'insegnante sul lavoro di gruppo si è reso gradualmente più incisivo perché molti ragazzi tendono a evitare di esplicitare e condividere, anche nel piccolo gruppo, le proprie scoperte.

# Provincia di Piacenza

(Anni scolastici 2008-09 e 2009-10)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Centro territoriale</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| Centro di Documentazione Educativa: Via IV Novembre, 122 - 29100 Piacenza (presso ISII "G. Marconi") - Tel. ufficio 0523-714819; tel. centro 0523-714 876; fax 0523-714877 - Sito: <a href="http://www.cde-pc.it">http://www.cde-pc.it</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Personale del centro</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Giancarlo Sacchi: referente CDE<br>Cristina Tirelli: tutor designato dall'Università di Modena-Reggio Emilia<br>Vittorio Dodi: collaboratore scolastico in supporto per attività di carattere multimediale e tecnologico.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p>Il laboratorio è allestito nei locali dell'Istituto tecnico industriale di Piacenza, sito in Via IV Novembre 122.</p> <p>Le macchine esposte sono state date in dotazione alla scuola dal CDE e il laboratorio è stato gestito in questo anno scolastico da docenti della scuola componenti del direttivo della locale sezione di Mathesis.</p> <p>Nell'a.s. 2009-10 tutte le mattine, da martedì a venerdì, il laboratorio, grazie alla disponibilità dei docenti coinvolti nel progetto, è stato aperto alle scuole della provincia sia per visite guidate, sia per interventi formativi con allievi. Per gli anni successivi gli orari di apertura del laboratorio saranno comunicati a tutte le scuole di Piacenza e provincia a inizio anno scolastico.</p> |
| <b>Formatori e tutor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p><i>Docenti incaricati della formazione degli insegnanti</i> dall'Università di Modena e Reggio Emilia: Francesca Martignone e Rossana Falcade</p> <p><i>Tutor</i>: Cristina Tirelli e Nicoletta Nolli</p> <p><i>Insegnanti nella seconda annualità formatori in sede</i>: Piero Lodigiani, Luca Botteri, Cristina Tirelli</p> <p><i>Insegnanti nella seconda annualità formatori nelle scuole di appartenenza</i>: Paola Farroni, Daniele Sacchetti, Emanuela Andreata</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

**Insegnanti coinvolti e sperimentazioni svolte****Anno scolastico 2008-09**

|                   |                                                     |                                           |
|-------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Luca Botteri      | Istituto tecnico industriale “Marconi” - Piacenza   | Pantografo simmetria assiale              |
| Sebastiano Ghigna | Liceo artistico “Cassinari” - Piacenza              | Pantografo simmetria assiale              |
| Daniele Sacchetti | S.M.A.C “Nicolini” - Piacenza - Scuola sec. I grado | Pantografi simmetria assiale e stiramento |
| Paola Farroni     | IC “Parini” - Podenzano (Pc)                        | Pantografo simmetria assiale              |
| Manuela Andreata  | I.C. di Monticelli (Pc) - Scuola sec. I grado       | Pantografo simmetria assiale              |

**Anno scolastico 2009-10**

|                   |                                                     |                                                                                                                      |
|-------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Manuela Andreata  | I.C. Monticelli (Pc) - Scuola sec. I grado          | Pantografi: simmetria assiale e stiramento                                                                           |
| Luca Botteri      | Istituto professionale “Da Vinci” - Piacenza        | Pantografo simmetria assiale                                                                                         |
| Paola Farroni     | Istituto comprensivo “Parini” di Podenzano (Pc)     | Pantografo simmetria assiale<br>Curvigrati: parabolografo di Cavalieri e a filo. Pantografo di Scheiner per omotetia |
| Manuela Andreata  | “Buonarroti” di Caorso - (Pc). Scuola sec. I grado  | Pantografo: stiramento                                                                                               |
| Daniele Sacchetti | S.M.A.C “Nicolini” - Piacenza - Scuola sec. I grado | Pantografi: simmetria centrale e rotazione                                                                           |
| Luciana Badini    | Istituto tecnico industriale “Marconi” - Piacenza   | Curvigrati: 2 parabolograti (tutoraggio allievi)                                                                     |
| Cristina Tirelli  | Istituto tecnico industriale “Marconi” - Piacenza   | Curvigrati per parabola                                                                                              |
| Nicoletta Nalli   | Liceo scientifico “Aselli” - Cremona                | Pantografi: omotetia, simmetria, rotazione, traslazione                                                              |
| Emanuela Sidoli   | Istituto tecnico industriale “Marconi” - Piacenza   | Pantografo simmetria assiale                                                                                         |
| Elisabetta Fumi   | Liceo pedagogico “Columbini” - Piacenza             | Pantografo simmetria assiale                                                                                         |
| Emanuela Milani   | Liceo classico “Gioia” - Piacenza                   | Pantografo simmetria assiale                                                                                         |
| Daniele Sacchetti | S.M.A.C “Nicolini” - Piacenza - Scuola sec. I grado | Pantografi a confronto: traslazione, rotazione, simmetria centrale                                                   |

## IL CENTRO DI DOCUMENTAZIONE DI PIACENZA

*Cristina Tirelli*

*Docente, Istituto tecnico "G. Marconi"; vice-presidente della locale sezione di "Mathesis" - Piacenza*

### **Il Polo delle macchine matematiche a Piacenza**

L'attenzione della Regione Emilia-Romagna all'emergenza matematica si è concretizzata negli ultimi anni in una serie di azioni tra cui quella del Progetto "Macchine Matematiche" che nell'anno scolastico 2008-09 ha posto le condizioni per la costituzione a Piacenza di un team (CDE - Istituto tecnico "G. Marconi" - Mathesis) che, se pur con ruoli diversi, ma con comuni obiettivi, ha avviato una stretta e sinergica collaborazione che sta registrando risultati soddisfacenti in relazione agli obiettivi prefissati.

La volontà del CDE di Piacenza, di collaudata esperienza, di affidare le macchine matematiche ricevute in dote dalla Regione all'istituto "G. Marconi", già sede del CDE e dell'associazione Mathesis, ha incontrato la disponibilità della Dirigenza dell'istituto, che si è adoperata per individuare un ampio locale della scuola che, opportunamente allestito, ospita la mostra permanente delle macchine e funziona da laboratorio di "Macchine Matematiche e Robotica". Va riconosciuta al CDE lungimiranza nella scelta del terzo soggetto della collaborazione, un'associazione di matematica: Mathesis, ispiratrice, attraverso le sue norme statutarie, delle finalità delle azioni che in questi anni scolastici (2008-09 e 2009-10) sono state realizzate dal gruppo Macchine Matematiche di Piacenza. Mathesis aveva già avuto l'occasione di conoscere le macchine matematiche quando aveva portato nella nostra città la mostra "Geometria a tu per tu" presentata in una versione arricchita di modelli matematici selezionati da *Perspectiva Artificialis*.

Il concorso di Mathesis e CDE ha coniugato le competenze matematiche dell'associazione con quelle organizzative del centro. In ogni passaggio del percorso iniziato con il corso di formazione, CDE e Mathesis hanno attivamente collaborato per creare occasioni di diffusione dell'esperienza affinché l'impresa culturale avviata con le macchine non rimanesse un episodio isolato ma si potesse diffondere e radicare sul territorio di Piacenza, non solo, ma anche varcare i confini della provincia.

In questo anno scolastico le macchine matematiche hanno rappresentato per la comunità scolastica locale oltre che uno strumento didattico anche un pretesto perché il laboratorio via via diventasse luogo fisico di incontro e confronto di docenti di scuole diverse.

## Il gruppo di lavoro

Del gruppo di Piacenza fanno parte:

- Giancarlo Sacchi, referente del CDE, che ha mantenuto i rapporti con le istituzioni regionali e l'Università, ha ricercato canali di finanziamenti per avviare attività di formazione e ha condiviso e sostenuto le scelte di percorso dei due tutor designati dall'Università di Modena (Nicoletta Nolli e Cristina Tirelli).
- Nicoletta Nolli, docente di Matematica e Fisica presso il liceo scientifico di Cremona, il cui compito è stato soprattutto quello di esportare la metodologia della manipolazione delle macchine matematiche oltre i confini della Regione Emilia coinvolgendo scuole medie della provincia di Cremona.
- Cristina Tirelli, docente di Matematica presso l'Istituto Marconi, che si è occupata di assistere negli aspetti tecnici e organizzativi i docenti impegnati nelle esperienze di sperimentazione previste dal corso di formazione, di diffondere localmente la nuova proposta di fare didattica e di coinvolgere nuovi docenti attraverso una serie di micro-attività (visite guidate del laboratorio, attività didattica in sede e nelle scuole di appartenenza, dimostrazioni d'uso delle macchine e della metodologia a esse collegata per soli nuovi docenti, eventi di pubblicizzazione...).

Tutto il materiale raccolto, dalle attività di formazione degli insegnanti alle attività svolte da questi nelle loro classi o nel Laboratorio di Piacenza (schede di lavoro, diari di bordo, percorso di lavoro, filmati), è depositato nel sito del CDE di Piacenza<sup>60</sup>.

## Prospettive future

Nei prossimi anni s'intende continuare l'attività avviata, cercando di favorire il coinvolgimento degli insegnanti per cui macchine e metodologia sono per ora solo una recente scoperta e di lavorare sulla progettazione di attività comuni tra macchine matematiche e robot.

### *Corsi di formazione per insegnanti*

L'ultima iniziativa in ordine di tempo, prevista per l'a.s. 2010-11 e ancora in fase di definizione, resa possibile da un finanziamento regionale e proposta dal referente del CDE per rispondere alle esigenze di un gruppo di docenti della scuola primaria, si propone una formazione degli insegnanti sviluppata sul quadro teorico del Progetto. Visto l'interesse emerso nell'a.s. 2009-10, si ipotizza di aprire il corso anche a docenti della scuola secondaria di I grado.

---

<sup>60</sup> <http://www.cde-pc.it>.

## DALLA FORMAZIONE ALLA SPERIMENTAZIONE: LA VOCE DEI TUTOR

*Cristina Tirelli*

*Docente, Istituto tecnico "G. Marconi" - Piacenza; vice-presidente della locale sezione di Mathesis*

### **Quadro di riferimento**

Le difficoltà in matematica rappresentano oggi un fenomeno sempre più diffuso che negli studenti spesso si manifesta attraverso la rinuncia a provare e a mettersi in gioco o il rispondere a caso, che a lungo andare può avere conseguenze importanti: da un forte disagio personale al rifiuto generalizzato.

Gli scadenti risultati nell'indagine internazionale OCSE-PISA degli allievi italiani nella disciplina di matematica, i segnali non positivi nell'indagine nazionale di INVALSI e il 70% di insufficienze statisticamente misurate a livello di singole scuole evidenziano uno stato di forte sofferenza nella disciplina che ha avviato ampi dibattiti in ogni ambito culturale di addetti e non.

Diversi e variegati sono i punti di vista sulle cause della diffusa disaffezione dei nostri giovani per lo studio della materia, molti di questi di grande interesse e illuminanti sui pensieri circolanti sulle cause della grave situazione che si è venuta a determinare. In questo preoccupante scenario può maturare nel docente un senso di impotenza e frustrazione, che richiede l'incoraggiamento e l'attenzione della dirigenza scolastica a qualunque livello perché gli insegnanti possano uscire dal loro isolamento e attrezzarsi con strumenti adeguati a migliorare l'attuale situazione per quanto riguarda contenuti, metodologie e nuove tecnologie.

L'attenzione della Regione Emilia-Romagna all'emergenza matematica si è concretizzata nell'anno scolastico 2008-09 nel Progetto "Macchine Matematiche", che ha posto le condizioni per la costituzione a Piacenza di un team: CDE - Istituto tecnico "G. Marconi" - Mathesis, che in stretta collaborazione hanno dato vita all'esperienza delle macchine matematiche a Piacenza.

### **Sviluppo dell'esperienza: dalla formazione alle sperimentazioni**

*Il corso di formazione* per insegnanti in servizio di scuola secondaria, curato dall'Università di Modena e Reggio Emilia, ha segnato l'inizio di questa nuova esperienza. Il gruppo che aveva dato l'adesione a partecipare all'iniziativa della Regione risultava composto da 14 docenti, tra cui un rappresentante della formazione professionale, una docente della SSIS di Cagliari e, in numero equamente distribuito,

rappresentanti della scuola secondaria di I e II grado. Già durante lo svolgimento del corso si erano manifestati differenti modi di vivere l'esperienza e di perseguire gli obiettivi del corso; diversi apparivano i livelli di interesse e disponibilità a provare a lavorare con le macchine. I docenti interessati alla nuova opportunità di fare matematica e convinti dell'efficacia didattica della metodologia, anche se in numero ridotto, hanno continuato nella sperimentazione didattica e collaborato con gli operatori del polo di Piacenza nella realizzazione di nuove iniziative, contribuendo con il loro impegno a un bilancio più che positivo nel raggiungimento degli obiettivi indicati di massima nel Progetto regionale e così poi formulati d'intesa tra CDE e Mathesis:

- favorire la trasferibilità dell'esperienza e delle nuove pratiche didattiche attraverso la comunicazione e il confronto diretto, per sua natura ad alta efficacia e immediatezza;
- promuovere momenti di confronto fra docenti per concordare insieme azioni mirate di ricaduta dell'esperienza sulla didattica;
- diffondere le caratteristiche del quadro teorico fornito dal corso per coinvolgere nel percorso nuovi docenti che, conosciuto il processo di scoperta, potessero intervenire con contributi personali;
- dare maggior impulso allo studio della matematica e in particolare della geometria, utilizzando nuove idee laboratoriali costruite su oggetti ad alta manipolazione.

### *Le sperimentazioni*

I docenti del corso di formazione hanno sperimentato in classi proprie e non proprie in cui si sono inseriti per guidare gli interventi didattici. Alcuni insegnanti hanno scelto di effettuare l'attività direttamente nel laboratorio della scuola capofila, altri nelle proprie scuole, chiedendo in prestito le macchine. Queste esperienze hanno rappresentato il collegamento diretto con il corso di formazione, di cui si sono configurate come applicazione concreta secondo la formula della ricerca-azione e punto di partenza per il cammino autonomo del polo. In questa fase, la più pregnante dal punto di vista della didattica, sono emersi gli aspetti di ricaduta e si è evidenziato che le azioni costruite sull'uso delle macchine matematiche favoriscono negli allievi lo sviluppo dell'osservazione, incoraggiano l'iniziativa del singolo, facilitano attraverso la manipolazione di oggetti concreti la formulazione di congetture, avviano processi di rielaborazione e operazioni di *problem posing* e *problem solving*. All'insegnante si offre la possibilità di seguire attraverso l'osservazione dei gesti, i tentativi di costruzioni, i commenti, le congetture e le relative giustificazioni.



zioni, il percorso delle operazioni mentali seguito dagli studenti nelle loro rielaborazioni, facilitando e rendendo più efficace l'interazione docente-allievo. Nelle esperienze con le classi i docenti hanno seguito una comune procedura di lavoro, indicata nel corso di formazione, che ha indotto naturalmente una sorta di protocollo di svolgimento, quasi a diventare prassi didattica.

L'elenco di tutte le sperimentazioni condotte nei due anni del Progetto è riportato, insieme ai nomi degli insegnanti e delle scuole, nella scheda introduttiva alle attività della provincia di Piacenza, mentre saranno dettagliate nelle pagine seguenti due delle esperienze svolte da Luca Botteri e da Paola Farroni, rispettivamente docenti di scuola secondaria di secondo e primo grado.

Tra le attività di sperimentazione didattica si configura anche l'intervento di tutoraggio svolto da alcuni allievi della 5<sup>a</sup> classe della scuola superiore ISII "G. Marconi" nell'attività di potenziamento di una 3<sup>a</sup> media. Le macchine utilizzate sono state nell'ordine il pantografo per la simmetria assiale, il curvografo di Cavalieri per scoprire la proporzionalità quadratica e il curvografo per la costruzione della parabola come luogo geometrico. Sia per gli allievi della scuola secondaria di I grado, sia per quelli della scuola secondaria di II grado l'esperienza ha rappresentato un'occasione per approfondire, a livelli diversi, i relativi contenuti matematici. Gli studenti della scuola superiore, che hanno preparato l'intervento e svolto l'azione di tutoraggio in orario extracurricolare, hanno lavorato con interesse scoprendo con stupore quanto sia importante conoscere a fondo e avere intrinsecamente compreso un concetto per saperlo comunicare con semplicità e chiarezza e trasformarlo in contenuto appreso dall'altro. Gli allievi tutor dopo aver sperimentato personalmente l'uso delle macchine con l'insegnante hanno predisposto griglie per guidare l'esperienza dei colleghi della scuola media.

Alle iniziative sopra elencate si aggiunge l'esperienza di una classe quarta dell'istituto tecnico "G. Marconi", documentata con un sito realizzato dagli allievi dal titolo "Le Macchine Matematiche", inserita in GOLD<sup>61</sup> e depositata nel sito dell'istituto<sup>62</sup>.

## Gli eventi

Nel corso dei due anni del Progetto si sono susseguite attività che hanno contribuito a dare visibilità e a valorizzare il laboratorio delle macchine matematiche

---

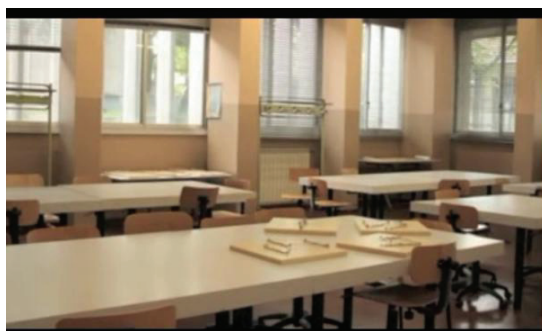
<sup>61</sup> GOLD è una banca dati Internet in cui sono raccolte esperienze innovative e interessanti realizzate nelle scuole italiane di ogni ordine e grado. Sito: <http://gold.indire.it/gold2>.

<sup>62</sup> <http://www.isii.it>.

### *Inaugurazione del Laboratorio Macchine Matematiche*

All'inizio dell'anno scolastico 2009-10 è stato organizzato un evento di presentazione del repertorio di macchine presenti nei locali allestiti nell'istituto tecnico (Fig. 1), rivolto a docenti della scuola secondaria di I e II grado del territorio piacentino e delle province limitrofe, Cremona e Parma.

In questa circostanza alcuni insegnanti, che avevano seguito il corso di formazione, hanno dato voce alla loro esperienza e guidato i presenti alla scoperta del laboratorio. Per far questo gli insegnanti hanno mostrato un filmato (realizzato nel mese di settembre con la collaborazione di alcuni docenti del corso di formazione e del personale dell'istituto tecnico) in cui sono state illustrate le macchine e le loro potenzialità d'uso nella didattica<sup>63</sup>. La manifestazione, a cui hanno partecipato anche docenti della vicina città di Cremona, si è conclusa con un intervento di Lorenza Resta, docente del liceo scientifico di Faenza, che ha presentato e illustrato alcune macchine matematiche come modelli delle attrazioni di Mirabilandia.



*Figura 1 - Laboratorio delle macchine matematiche di Piacenza*

### *Giornata della scienza e della tecnica*

Questa manifestazione, svoltasi nell'istituto tecnico industriale di Piacenza il 13 febbraio 2010, ha avvicinato alle macchine matematiche e ai robot un buon numero di ragazzini delle nostre scuole medie, che hanno potuto toccare gli strumenti e provare a 'giocarci'. Alla manifestazione è stato dato risalto anche attraverso i locali organi di informazione.

### *Giornata dell'orientamento*

All'istituto tecnico industriale e nella scuola secondaria di I grado "Nicolini" della città, nelle giornate aperte al pubblico per attività di orientamento sono state

---

<sup>63</sup> Questo filmato è sul sito <http://www.cde-pc.it>.

effettuate simulazioni di esperienze con le macchine per far conoscere al pubblico in visita un'alternativa metodologica che, per novità e livello di concretezza, può risultare vincente nell'accrescere l'interesse degli allievi nello studio della matematica.

### *Sintesi dei contatti*

Oltre al buon numero di contatti con le scuole medie di città e provincia, avviati a inizio d'anno con la comunicazione dell'orario di apertura del laboratorio per lo svolgimento di iniziative didattiche e continuati, se pur in forme diverse, nel corso delle attività descritte, si è registrato anche l'interesse della scuola primaria da cui è partita la richiesta del corso di aggiornamento programmato per l'anno scolastico 2010-11.

Si contano inoltre almeno una decina di scuole medie di città e provincia che hanno avuto l'occasione di far scoprire ai propri allievi le macchine, grazie anche alla collaborazione con i docenti del corso di formazione, che, in più occasioni e in modalità differenti, hanno collaborato con il polo per la realizzazione di attività e iniziative. Nelle scuole superiori l'interesse è parso più tiepido; si sono comunque svolte sperimentazioni al liceo pedagogico "Colombini", al liceo artistico "Cassinari" e all'istituto professionale "Leonardo da Vinci"; un paio di docenti dell'istituto tecnico e una docente del liceo scientifico, che non avevano frequentato il corso di formazione, hanno svolto con le proprie classi attività didattica in laboratorio, guidati da docenti che avevano partecipato al corso.

### *Le collaborazioni con altre province*

"Il Laboratorio Bottega: conoscere e apprendere attraverso l'esperienza-insegnare la Matematica" organizzato dall'Associazione di insegnanti "Diesse" (Didattica e innovazione scolastica, Centro per la formazione e l'aggiornamento dell'Emilia-Romagna) e patrocinato dal Comune e dall'Ufficio scolastico provinciale di Parma, ha organizzato un'iniziativa, articolata in tre giornate con una partecipazione di circa 40 docenti in ognuna di esse. L'attività ha avuto come destinatari gli insegnanti del secondo biennio della scuola primaria, della scuola secondaria di primo grado e del primo biennio della scuola secondaria di secondo grado. Nel corso della seconda giornata, Rossana Falcade, già formatrice nel corso del progetto regionale, ha condotto una lezione-laboratorio con gli insegnanti, dal titolo "Un laboratorio-bottega di matematica... con le macchine matematiche", utilizzando alcuni pantografi (simmetria assiale, simmetria centrale, omotetia e stiramento) prestati dal polo di Macchine Matematiche di Piacenza.

Le macchine infine sono anche uscite dalla regione, arrivando a Cremona, dove Nicoletta Nollì con i pantografi ha realizzato un'esperienza che ha visto lavorare insieme, con ruoli diversi, allievi di un liceo scientifico e di una scuola media.

## LA SIMMETRIA ASSIALE STUDIATA CON IL PANTOGRAFO

*Luca Botteri*

*Docente, I.S.I. "G. Marconi" - Piacenza*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte*

I.S.I. "G. Marconi" - Piacenza. Classe I, Istituto tecnico industriale

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pantografo per simmetria assiale

---

*Materiale:* Oltre al pantografo sono stati necessari due fogli bianchi, una mina da matita, nastro adesivo di carta, squadra e gomma

---

*Durata:* Aprile-giugno 2009 (8 ore, più le esercitazioni al computer).

---

### Presentazione

Mediante questa esperienza di laboratorio (svoltasi nell'a.s. 2008-09) si è cercato di scoprire, con il disegno realizzato da un pantografo, il concetto di simmetria assiale peraltro già affrontato in classe non solo teoricamente, ma anche mediante semplici costruzioni con un software di geometria (*Cabri Géomètre*). Tramite il pantografo si è cercato di riproporre l'argomento con un approccio grafico e quindi manuale, per motivare anche gli studenti meno preparati dal punto di vista teorico e stimolare la parte già attiva della classe. A scopo propedeutico è stata svolta un'attività con il software Cabri, partendo dalla costruzione di figure simmetriche rispetto a una retta. L'esperienza con il pantografo, strumento fino a quel momento sconosciuto agli allievi, è stata realizzata nel mese di aprile e si è svolta nell'arco di due ore a cui sono seguite altre due ore in aula per ritornare sulle conclusioni dei gruppi e riprendere insieme a tutta la classe concetti intuiti e non rigorosamente espressi. Sono state svolte poi esercitazioni al computer con compiti su questo tipo di trasformazione per alcune ore di lezione, mentre l'esercitazione di laboratorio è durata 2 ore; infine si sono rese necessarie altre due ore per concludere in classe il percorso.

**Obiettivi :** L'obiettivo fondamentale è consistito nel 'vedere' la trasformazione di simmetria assiale compiersi manovrando direttamente lo strumento e quindi producendo un elaborato grafico dal quale iniziare a compiere osservazioni.

**Pre-requisiti:** Oltre alla conoscenza delle proprietà del rombo, fondamentali per la dimostrazione, gli studenti devono conoscere semplici proprietà geometriche (asse di un segmento) e proprietà delle figure piane (area, perimetro, ampiezze angolari, ecc.). È opportuno conoscere i fondamenti del piano cartesiano.

**Metodologia:** Si è seguita una metodologia laboratoriale, quindi con lavoro in gruppi di 4-5 alunni e dando molta rilevanza alla produzione grafica del singolo gruppo. Numerosi sono stati i momenti di discussione collettiva. Abbiamo cercato risposte alle domande: Come è fatta la macchina? Cosa fa? E perché lo fa?

### Descrizione dell'attività

La classe è stata suddivisa in gruppi di 4-5 studenti. Trattandosi di attività laboratoriale ci si è soffermati in particolar modo su osservazione, misurazione e descrizione dello strumento per capirne l'essenza. La seconda fase, legata alla prima e strettamente connessa a questa, è stata l'utilizzo pratico del pantografo per verificare cosa facesse; ogni gruppo ha così disegnato diverse figure geometriche (quadrati, triangoli, segmenti, ecc.) che sono state ricalcate e quindi trasformate.

La terza fase, incentrata sul *“perché la macchina ha fatto ciò”*, è stata quella di verificare con l'aiuto delle conoscenze teoriche di geometria, con lo strumento utilizzato (forma delle aste, cerniere, guide rettilinee, ecc.) e soprattutto con l'aiuto degli elaborati grafici come e soprattutto perché fosse avvenuta la trasformazione di simmetria assiale. Gli studenti hanno compilato un modulo prestampato che ha guidato l'esercitazione secondo l'orientamento voluto dall'insegnante, permettendo però una buona autonomia nelle fasi di esplorazione.

### Apprendimento: successi e difficoltà

Tra gli aspetti positivi vi è la possibilità per lo studente di poter concretizzare concetti teorici. Inoltre sono possibili la condivisione e la sperimentazione delle proprie competenze con i compagni (misurando e verificando per avere conferme delle proprie intuizioni); emblematica l'esclamazione di uno studente che dice con enfasi *“Ma qui c'è un ribaltamento!”*.

Tra le difficoltà riscontrate vi è in primo luogo la difficoltà nella manipolazione dello strumento nel tracciare segmenti con un'accettabile precisione. Non da meno è la scarsa capacità della maggior parte degli studenti (che ricordo essere una prima classe del tecnico) di spiegare con linguaggio appropriato il fenomeno osservato.

### Riflessioni conclusive dell'insegnante

L'attività di laboratorio rimane per definizione un momento di sperimentazione di teorie che di solito sono apprese mediante lo studio sui libri. Proprio per questa natura di sperimentazione l'attività laboratoriale diventa, per gli studenti, un momento di confronto personale ricco di stimoli. È compito dell'insegnante riuscire a guidare 'da lontano' gli studenti nelle loro osservazioni. È da notare che tale attività ha origini antiche essendosi sviluppata nel corso del 1600 quando nelle botteghe artigiane si producevano strumenti 'matematici' con lavorazioni di sicuro interesse tecnologico oltre che artistico (giunture, meccanismi, perni di rotazione, supporti di legno con intagli, incastri lignei a coda di rondine, ecc.).

**INGRANDIMENTI E RIDUZIONI: LE OMOTETIE***Paola Farroni**Docente, Istituto comprensivo "Parini" - Podenzano (Pc)*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte**Istituto comprensivo "G. Parini" di Podenzano (Pc)**Classe seconda di scuola secondaria di I grado*

---

*Tipo di macchina utilizzato: Pantografo di Scheiner*

---

*Materiale: Oltre alla macchina matematica, fogli bianchi, mine, nastro adesivo di carta, carta da lucido, pastelli colorati, pennarelli, riga e compasso*

---

*Durata: febbraio 2010*

---

**Presentazione**

Il ritorno positivo avuto dalla partecipazione di due mie classi a questo tipo di esperienza laboratoriale durante l'anno scolastico 2008-09 mi ha spinto ad adottare questa metodologia didattica per presentare agli alunni "ereditati" nell'anno successivo gli argomenti oggetto del titolo. Da un lato volevo metterli alla prova e testare la loro capacità di lavorare in gruppo, di interazione, di manipolazione e organizzazione; dall'altro volevo conoscerli meglio dal punto di vista matematico: ero curiosa di sapere "dove sarebbero arrivati".

Nel momento in cui avrei dovuto introdurre come argomento 'Ingrandimenti e riduzioni' in aritmetica, ho pensato di far lavorare gli studenti con il pantografo di Scheiner e di collegare l'argomento con "similitudine e omotetie".

*Obiettivi*

Le trasformazioni geometriche sono argomenti difficili e ho riscontrato che affrontarli in modo diverso, attraverso la manipolazione di uno strumento in prima persona da protagonisti, da artefici delle proprie scoperte, ha una ricaduta positiva nel processo insegnamento-apprendimento. Gli obiettivi formativi da raggiungere sono stati:

- costruire e riconoscere figure omotetiche;
- costruire e riconoscere figure simili;
- risolvere problemi su figure simili;
- saper riconoscere proprietà variabili e invarianti di figure che si corrispondono in una similitudine.

### *Pre-requisiti*

Conoscere i concetti di congruenza ed equivalenza; conoscere il concetto di trasformazione geometrica; sapere che cosa è un'isometria; saper operare con rapporti e proporzioni.

### *Materiale*

Oltre alla macchina matematica hanno usato fogli bianchi, mine, nastro adesivo di carta, carta da lucido, pastelli colorati, pennarelli, riga e compasso.

### *Metodologia*

Lavoro di gruppo; discussione collettiva.

## **Descrizione dell'attività**

La classe è stata suddivisa in 5 gruppi scelti in funzione delle fasce di livello. Si sono distribuite le macchine una a ogni gruppo; la consegna è stata:

*Osservate e descrivete la macchina; da quante aste è composta? misuratele; ci sono dei punti fissi?*

Gli studenti per capire cosa facesse il pantografo hanno cominciato a usare la macchina per disegnare figure. Sono stata colpita dalla loro autonomia nella gestione del lavoro e dalla loro organizzazione (uno prendeva appunti, a turno disegnavano...), dal loro interesse, ma, soprattutto, li ho visti entusiasti, lavoravano divertiti e hanno dimostrato fantasia (hanno disegnato gli oggetti più disparati: maschere di carnevale, occhiali, coccodrilli, bandiere, alberi di natale, fiori... come si vede dalle foto: Fig. 1-2-3-4). Tutti gli studenti hanno fatto osservazioni e hanno subito intuito che le figure che costruivano erano una il doppio dell'altra.

L'ultimo giorno hanno costruito una figura geometrica di cui dovevano trovare area, perimetro, il rapporto tra i lati corrispondenti, tra i perimetri e tra le superfici e confrontare gli angoli corrispondenti. Sono così arrivati al rapporto di similitudine tra lati, perimetri e aree.



*Figure 1 - 2 - 3 - 4: Disegni prodotti dai ragazzi con i pantografi*

### **Apprendimento: successi e difficoltà**

Dopo il confronto tra i gruppi sull'attività svolta, ho chiesto ai ragazzi quali fossero i punti di forza e di debolezza. Riporto le impressioni degli alunni.

#### *Punti di debolezza:*

- 'lavorare' con puntatore e tracciatore inizialmente non è stato semplice;
- 'precarietà' dei fogli su cui dovevamo disegnare.

Difficoltà quindi di ordine pratico aggiunte alla poca voglia/noia quando si è trattato di relazionare l'esperienza sul quaderno.



*Punti di forza:*

- lavorare in gruppo è più coinvolgente e creativo;
- ho imparato divertendomi;
- è un modo diverso di lavorare che aiuta il ragionamento e l'osservazione;
- è stato bello non sapere nulla e scoprire da soli;
- credevo che la matematica fosse solo problemi, calcoli ed espressioni;
- ho scoperto che la matematica è utilizzata nella vita di tutti i giorni.

**Riflessioni conclusive dell'insegnante**

La sperimentazione svolta nel secondo anno del Progetto è stata la prima esperienza di laboratorio con le macchine matematiche che ho condotto senza l'ausilio di un tutor e ha dato risultati davvero positivi. Anche il gruppo formato da alunni con evidenti difficoltà nella disciplina ha lavorato con metodo ed è arrivato, anche se guidato, a concludere il lavoro.

La metodologia laboratoriale ha un forte impatto sugli alunni; l'adopterò tutte le volte che gli argomenti trattati me lo permetteranno perché:

- gli alunni sono motivati;
- facilita l'integrazione dei ragazzi in difficoltà;
- ha una ricaduta positiva nel processo di apprendimento;
- evidenzia collegamenti interdisciplinari e intradisciplinari e matematizza la realtà;
- permette una valutazione più ad ampio raggio dell'alunno.

In particolare l'esperienza svolta con il pantografo di Scheiner ha permesso di trattare più argomenti, di metterli in relazione, di dimostrare i collegamenti tra aritmetica e geometria, ma anche l'interdisciplinarietà della matematica e il suo ruolo nella realtà. Ha permesso inoltre di risparmiare tempo (avrei impiegato più tempo se avessi affrontato gli stessi argomenti con lezioni frontali) e di avere una classe motivata e interessata.

# Provincia di Ravenna

(Anno scolastico 2009-10)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>I. Servizi e Consulenza alle Autonomie scolastiche (CSC - Ravenna)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <i>Sede amministrativa:</i> Via Eraldi 1 - 48022 Lugo (RA)<br><i>Tel.</i> 0545-22279; <i>fax</i> 0545-34597<br><i>Sede operativa:</i> Corso Matteotti 55 - 48022 Lugo (RA)<br><i>Tel.</i> 0545-34199<br><i>E-mail:</i> <a href="mailto:crtlugo@racine.ra.it">crtlugo@racine.ra.it</a>                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Personale del CSC</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <i>Dirigente:</i> Daniela Geminiani<br><i>Coordinatore:</i> Oriano Pirazzini<br><i>Collaboratori:</i> Milvia Lusa, Marilena Pallareti<br><i>Mediatore di territorio:</i> Mohamed Mohatet<br><i>Collaboratore per il progetto regionale:</i> Stefano Alberghi<br><i>Collaboratore per le riprese e il montaggio video:</i> Enzo Cortesi                                                                                                                                                                               |
| <b>II. Palestra della Scienza - Faenza</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <i>Sede:</i> Viale delle Ceramiche 25 - 48018 Faenza (Ra)<br><i>Tel.</i> 0546 691674 (Comune di Faenza - Assessorato all'istruzione)<br><i>E-mail:</i> <a href="mailto:palestradellascienza@racine.ra.it">palestradellascienza@racine.ra.it</a><br><i>Sito:</i> <a href="http://palestradellascienzafaenza.racine.ra.it">palestradellascienzafaenza.racine.ra.it</a><br><i>Orari di apertura al pubblico:</i> sabato 16.00-18.30 (visite guidate programmate con ingresso libero). Gli altri giorni su prenotazione. |
| <b>Personale della Palestra</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <i>Coordinatore:</i> Bruno Casadio<br><i>Comitato esecutivo:</i> Luigi Alberghi, Bruno Casadio, Paola Lagorio Pescerelli, Giovanna Meandri, Fabio Ortolani, Giovanni Pezzi, Claudio Mingazzini                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Ha sede a Faenza presso "La Palestra della Scienza".<br>È gestito dal gruppo di insegnanti "La Bottega Matematica".<br>Prestito di Macchine Matematiche, visite guidate e laboratori: su prenotazione.                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |

| <b>Formatori e tutor</b>                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Formatori:</i> Stefano Alberghi, Sandra Gaudenzi, Monica Pratesi, Lorenza Resta |
| <i>Tutor:</i> Stefano Alberghi                                                     |

### **Insegnanti coinvolti e sperimentazioni svolte**

|                     |                                                                    |                                                        |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| Valentina Carioli   | ITI “Baldini” Ravenna                                              | Curvigrafi                                             |
| Angela Drei         | Liceo “Torricelli” - Faenza (Ra)                                   | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Roberta Faziani     | I.C. “Pascoli-Oriani” di Casola Valsenio (Ra). Scuola sec. I grado | Pantografo simmetria assiale                           |
| Elena Gaeta         | I.C. “Pascoli” di Riolo Terme (Ra)                                 | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Caterina Iacono     | Liceo linguistico “Torricelli” - Faenza (Ra)                       | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Lauretta Lodovici   | Liceo “Torricelli” - Faenza (Ra)                                   | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Antonella Marabini  | Scuola sec. I grado “Pascoli” - S. Agata S.Senio (Ra)              | Pantografo simmetria assiale                           |
| Cristina Nanni      | I.C. “Europa” - Faenza (Ra). Scuola sec. I grado                   | Pantografo simmetria centrale                          |
| Vincenzina Pileggi  | Liceo “Torricelli” - Faenza (Ra)                                   | Pantografi per le trasformazioni geometriche del piano |
| Fabrizio Ponti      | Liceo “Torricelli” - Faenza (Ra)                                   | Pantografo simmetria centrale                          |
| Francesco Rotundo   | Liceo “Torricelli” - Faenza (Ra)                                   | Pantografo simmetria centrale                          |
| Anna Rusticali      | S.M.S. “Zignani” - Castiglione di Ravenna                          | Pantografi per trasformazioni geometriche del piano    |
| Lidia Sangiorgi     | I.C. “S. Rocco” - Faenza (Ra)                                      | Pantografo simmetria centrale                          |
| Silvana Scaffidi    | ITCG “Oriani” - Faenza (Ra)                                        | Parabolografo a filo, listelli articolati              |
| Giovanna Tanganelli | I.C. “Pascoli-Oriani” - Casola Valsenio (Ra)                       | Riga e compasso; pantografi                            |
| Elena Tenze         | Liceo “Alighieri” - Ravenna                                        | Curvigrafi                                             |

## IL CSC DI LUGO - RAVENNA LA PALESTRA DELLA SCIENZA - FAENZA

*\*Oriano Pirazzini, \*\*Stefano Alberghi*

*\*Coordinatore del Centro, \*\* Coordinatore del corso di formazione e dell'aula didattica*

### **Il Centro Servizi e Consulenza (CSC) di Lugo**

Il “Centro Servizi e Consulenza alle Autonomie scolastiche di Ravenna” (CSC-Ravenna) nasce nel 2009 dalla fusione di due Centri risorse territoriali: il Centro per la formazione e l'innovazione didattica e il Centro per l'integrazione degli alunni stranieri. In continuità con l'iniziativa sviluppata lo scorso anno dai due precedenti Centri, ha l'obiettivo di arricchire la propria offerta di servizi alle Istituzioni scolastiche autonome e agli enti locali. Esso opera in attuazione degli indirizzi elaborati dalla Conferenza provinciale di coordinamento per la programmazione dell'offerta formativa ed è stato istituito con provvedimento del Dirigente dell'Ufficio scolastico provinciale di Ravenna. Sostiene l'innovazione e la ricerca didattica mediante attività di formazione del personale interessato, di documentazione e diffusione delle esperienze innovative, con particolare attenzione alla didattica applicata alle problematiche degli alunni stranieri.

Nel corso dell'anno scolastico 2009-10 tra le principali attività svolte vi sono state l'aggiornamento e la formazione dei docenti, la consulenza alle scuole e la promozione di attività seminariali sui temi della didattica delle competenze, delle tecniche di documentazione didattica, dell'educazione scientifica e dell'educazione multilingue, dell'apprendimento di Italiano L2, della valutazione degli alunni stranieri neo arrivati; sull'orientamento scolastico, l'attuazione del nuovo obbligo di istruzione e la riforma della secondaria di secondo grado. Le risorse finanziarie che permettono al Centro di funzionare provengono in larga parte dalla Provincia.

### **La Palestra della Scienza di Faenza**

Per quanto riguarda le attività legate al Progetto regionale il CSC-Ravenna si avvale della collaborazione con la Palestra della Scienza di Faenza perché trova in essa sia la sede effettiva in cui sono conservate e rese disponibili le macchine matematiche, sia le professionalità idonee per l'attività di gestione dell'aula, di formazione, e per la promozione sul territorio. La “Palestra della Scienza” nasce a Faenza nel 2008, grazie al sostegno, anche economico, dell'amministrazione comunale. È un luogo dedicato ad attività di formazione e divulgazione della cultura scientifi-

ca che ha come interlocutori sia le scuole, gli insegnanti e gli studenti, sia tutti i cittadini. Essa è il risultato di oltre un decennio di iniziative, promosse da un gruppo di insegnanti che si sono proposti di valorizzare la scienza e la tecnologia attraverso mostre, eventi, conferenze. È espressione delle scuole e delle realtà scientifiche del territorio e viene gestita dal Comitato esecutivo che cura la programmazione annuale delle iniziative. La Palestra come luogo fisico contiene molti *exhibits* interattivi nel campo della fisica, della chimica, e dell'astronomia, realizzati negli anni dalle scuole e dalle associazioni o in occasione di eventi particolari e di un laboratorio didattico di fisica con strumentazioni interattive. Detto materiale è fruibile sia attraverso l'attività didattica di tutor formati allo scopo, sia attraverso il prestito agli insegnanti.

#### *Il Progetto regionale e il laboratorio delle macchine matematiche*

In occasione del Progetto regionale nella sede della Palestra della Scienza è stata costituita un'aula dedicata alla matematica in cui è raccolto materiale scientifico, utile per le attività didattiche, divulgative e formative, e che svolge anche la funzione di centro prestito e di aula decentrata per il laboratorio di macchine matematiche. Tale aula, in cui si è svolto il corso di formazione per docenti 2009-10, è capace di contenere 20-25 persone. All'interno della Palestra vi è comunque a disposizione anche un'aula più grande, nella quale vengono spesso svolte conferenze pubbliche.

#### **“Matebilandia” e “La Bottega Matematica”**

In precedenza e in contemporanea al Progetto regionale sono state realizzate a Faenza, dallo stesso gruppo di insegnanti, altre importanti iniziative riguardanti le macchine e la modellizzazione matematica. Dal 2008 è stata attivata “*Matebilandia*”, percorsi di matematica per le scuole superiori<sup>64</sup> nel parco dei divertimenti di Mirabilandia (Ra), volti a esplorare le curve geometriche nascoste in alcune ‘attrazioni’ del parco, e comportanti la riproduzione di tali curve mediante l'utilizzo di macchine matematiche, alcune delle quali ideate, progettate e costruite *ad hoc*. Tra i tutor impiegati dal parco per il Progetto, numerosi anche alcuni collaboratori della Palestra. La sperimentazione, svoltasi al Liceo Torricelli nel 2008-09, ha partecipato al concorso nazionale “Centoscuole” indetto dalla Fondazione per la scuola della Compagnia S. Paolo di Torino, aggiudicandosi nel 2010, con altre 7 scuole italiane, i 30.000 euro del premio finale.

---

<sup>64</sup> Più di 2.000 studenti partecipanti solo nel 2009.

Nel marzo 2010 il Comune di Faenza e la Palestra della Scienza di Faenza hanno poi promosso la mostra “La Bottega Matematica” (circa 5.000 i visitatori e più di 110 le classi partecipanti) che comprendeva, tra le altre, una sezione di circa 60 macchine provenienti dal museo di Modena, la sezione “Matebilandia” e una sezione con materiale ideato e creato dalle scuole, risultato di un concorso nazionale indetto dal Liceo Torricelli. Il materiale premiato è rimasto di proprietà della Palestra e verrà utilizzato per le attività didattiche. In collegamento con la mostra sono poi stati attivati numerosi laboratori per le scuole, per i docenti e per il pubblico, e sono state organizzate una conferenza pubblica e una tavola rotonda destinata a un pubblico di docenti.

## **Il futuro**

Il corso di formazione sull'uso didattico delle macchine matematiche appena concluso è solo la prima parte di un percorso che, il CSC di Ravenna e la Palestra della Scienza intendono sviluppare in futuro, in sintonia con il Progetto regionale “Scienze e Tecnologie”. Intanto è stata riconfermata, anche per l'a.s. 2010-11, la collaborazione e l'integrazione delle iniziative tra Centro e Palestra, con una puntuale definizione dei reciproci compiti: il Centro promuove la diffusione dell'uso didattico delle macchine matematiche, curando la formazione dei docenti e realizzando iniziative di divulgazione scientifica e metodologica; la Palestra cura il prestito delle macchine e gestisce l'aula attrezzata presso la propria sede come laboratorio permanente di sperimentazione per tutti i docenti e le classi interessate.

Le iniziative già programmate sono: organizzare, all'inizio dell'a.s. 2010-11, un incontro con i docenti di matematica delle scuole ravennati di ogni ordine e grado per presentare lo svolgimento del corso di formazione conclusosi nel mese di marzo 2010, e la nuova aula di matematica; sostenere i docenti che sono stati formati nel corso appena concluso per diffondere presso le proprie scuole e con i colleghi di matematica le tecniche apprese e sperimentate in aula; realizzare anche per l'a.s. 2010-11, con la supervisione scientifica dell'Università di Modena, un altro corso di formazione, coinvolgendo i docenti formati con il precedente corso affiancati dai formatori esperti operanti presso la Palestra di Faenza; mantenere vivo il ricordo tra l'uso didattico delle macchine per l'insegnamento della matematica e le altre opportunità offerte dal territorio in tema di educazione scientifica: la Bottega Matematica, Matebilandia, mostre e conferenze. È stato prodotto molto materiale filmato, sia durante il corso, che durante la sperimentazione: tale materiale verrà montato, a cura del Centro, per realizzare alcuni video destinati a un pubblico di docenti, a scopo promozionale e di approfondimento.

## DALLA FORMAZIONE ALLA SPERIMENTAZIONE: LA VOCE DEI TUTOR

*Stefano Alberghi*

*Tutor e coordinatore delle sperimentazioni*

### **Il corso di formazione di Faenza (Ra)**

Il corso si è svolto tra dicembre 2009 e marzo 2010 nella sede della Palestra della Scienza di Faenza. L'aula utilizzata, destinata alle attività di matematica, è stata inaugurata in occasione di tale corso e ha ospitato lezioni teoriche e lavori di gruppo. Hanno partecipato fattivamente al corso 18 docenti, di scuola secondaria di primo e secondo grado, provenienti da scuole del territorio provinciale. Ha inoltre partecipato al corso, come uditore, un collaboratore della Palestra per la sezione chimica. I formatori (Sandra Gaudenzi, Monica Pratesi, Lorenza Resta, oltre al sottoscritto) sono collaboratori della Palestra, docenti presso il Liceo Torricelli, curatori della mostra "La Bottega Matematica" e dei laboratori (in particolare anche del laboratorio di macchine matematiche) e sono tra i realizzatori dei percorsi di "Matebilandia". Il rapporto con attività matematiche di tipo laboratoriale dunque precede e si affianca a questa specifica attività di formazione. È stato quindi naturale sviluppare e gestire il corso collegialmente, strutturandolo e improntandolo sullo stile delle attività laboratoriali già svolte fino ad allora utilizzando, oltre alle macchine matematiche costruite per il Progetto, anche le macchine del progetto "Matebilandia", strumenti del liceo, laboratori di costruzione macchine con materiale povero, focalizzando l'attenzione sulla matematica nascosta negli oggetti di uso quotidiano. L'ultima lezione del corso ad esempio è consistita in una visita guidata alla mostra "La Bottega Matematica" e nella partecipazione alla tavola rotonda sul tema del "Laboratorio di Matematica".

Il rapporto con i corsisti, oltre alle 6 lezioni-laboratorio di 4 ore l'una, è stato gestito prevalentemente via posta elettronica, mentre la cessione del materiale digitale usato nel corso è avvenuta di volta in volta caricandolo sul sito dell'università di Modena, dove è tuttora consultabile.

### **La sperimentazione**

Dei 18 docenti partecipanti al corso, 16 hanno condotto una sperimentazione, tra febbraio e giugno 2010, in una o più delle loro classi, per un totale di 10 scuole del territorio (4 superiori – tra cui licei classici, linguistici e scientifici, un istituto tecnico industriale e un istituto tecnico per geometri – e 6 scuole medie): normal-

mente tale sperimentazione è avvenuta in una sola classe, mentre in certi casi le classi coinvolte sono state due o tre, a volte con l'impiego di macchine matematiche diverse. I livelli scolastici coinvolti sono stati quelli compresi tra la prima media e il quarto anno delle superiori.

I commenti dei docenti sono stati complessivamente molto positivi, e spesso è capitato che essi abbiano presentato ai propri colleghi gli strumenti utilizzati, suscitando vivo interesse all'interno di varie scuole. In un paio di casi colleghi di altre materie sono stati coinvolti nella sperimentazione stessa. Alcuni istituti (sia di primo che di secondo grado), con l'aiuto dei tecnici di laboratorio o dei colleghi di educazione tecnica, hanno riprodotto alcune macchine matematiche in proprio, in modo che rimanessero patrimonio futuro dell'istituto.

Molti docenti, valutando positivamente l'impatto che il laboratorio con le macchine matematiche ha avuto sui loro studenti, hanno comunque espresso l'intenzione di ripetere o proseguire in futuro tale attività, avvalendosi della possibilità di avere in prestito i materiali, già dall'anno 2010-11.

### *I materiali delle sperimentazioni*

Le sperimentazioni hanno riguardato per la maggior parte le macchine per le trasformazioni geometriche (13 docenti), mentre i conicografi sono stati utilizzati da 3 docenti, tutti e tre di scuola superiore. È capitato in più circostanze che alcune macchine siano state fatte ricostruire agli studenti con 'materiali poveri' (cartoncino, aste di legno, pezzi del 'meccano'), come attività interna alla sperimentazione, allo scopo di renderli più consapevoli del funzionamento e delle proprietà geometriche. In altri casi è stato il docente a preparare materiale da manipolare (listelli articolati di cartoncino) o procedure (costruzione della parabola con la piegatura della carta), che rientrano a pieno titolo tra quelle del "Laboratorio di matematica". Il corso stesso aveva in parte suggerito strade e soluzioni di questo tipo.

Tutte le sperimentazioni, tra cui alcune sicuramente molto curate e progettate con attenzione, sono state ben documentate tramite un 'diario di bordo'. Numerosi docenti hanno anche prodotto svariato materiale comprendente molte foto, alcuni video, le schede consegnate agli studenti, le eventuali prove di verifica o i test di gradimento somministrati, le presentazioni in Power point preparate dagli stessi docenti, le scansioni dei protocolli degli studenti (schede compilate, relazioni, questionari di gradimento), le trascrizioni di commenti o di relazioni dei ragazzi. Tutto il materiale è disponibile in formato elettronico.



I ragazzi coinvolti nel complesso della sperimentazione per la provincia di Ravenna sono circa 450. Sono state condotte sperimentazioni di durata diversa: alcune più lunghe (fino a 16 ore) e approfondite, altre più rapide.

### *I contenuti delle sperimentazioni*

In molti casi la sperimentazione ha avuto una struttura di questo tipo: un'introduzione da parte del docente (ad esempio tramite presentazione o lezione frontale), una parte esplorativa in cui gli studenti, divisi in gruppi e con l'ausilio di schede (preparate o adattate dal docente), scoprivano le proprietà della macchina, un momento di sintesi fatta dai singoli gruppi, uno o più momenti plenari conclusivi, e in qualche caso verifiche e/o test.

Vi sono poi stati approcci diversi: alcuni docenti hanno preferito mantenere breve l'introduzione per permettere ai ragazzi una più libera 'scoperta' e un'esplorazione più autonoma, altri hanno introdotto le macchine direttamente attraverso una visita alla mostra "La Bottega Matematica", o addirittura una partecipazione ai laboratori organizzati in quel contesto (della durata di 1 ora). Inoltre per taluni docenti l'attività di laboratorio è servita per introdurre alcuni concetti non ancora affrontati (nel caso di macchine per le trasformazioni geometriche), mentre per altri è servita da rinforzo e approfondimento di nozioni note. Una sperimentazione è stata inserita in un progetto più esteso di attività manuali finalizzato alla motivazione di un gruppo eterogeneo di pochi alunni; un'altra aveva lo scopo di approfondire il concetto di funzione, passando attraverso lo studio della corrispondenza tra regioni piane nelle trasformazioni geometriche; un'altra ha puntato l'attenzione sulla differenza tra trasformazione (che comporta un movimento) e corrispondenza; una è stata gestita da un'insegnante di sostegno della classe, all'interno delle ore di matematica; in certi casi l'insegnante ha chiesto agli alunni di produrre la dimostrazione della trasformazione o della curva tracciata, mentre in altri questa parte è stata tralasciata oppure illustrata direttamente dal docente; alcuni insegnanti hanno affrontato anche il passaggio dalla curva (conica) disegnata – o dalla trasformazione eseguita – alla sua equazione sul piano cartesiano; in molti casi poi si è cercato un collegamento con la realtà (ad esempio le forme naturali per lo studio delle simmetrie) o con i programmi di altre discipline (ad esempio scienze, alle medie).

## GEOMETRIA CON LE MACCHINE MATEMATICHE

*Anna Rusticali*

*Docente, Scuola secondaria di I grado - Castiglione di Ravenna (Ra)*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte*

Scuola secondaria di I grado di Castiglione di Ravenna.

Tre seconde classi di scuola secondaria di primo grado.

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pantografo per la simmetria centrale, pantografo di Scheiner

---

*Materiale:* Fogli bianchi, mine, nastro adesivo di carta, righelli

---

*Durata:* 8 ore per classe

---

### Presentazione

Due sono le motivazioni che hanno spinto a progettare l'esperienza. La prima si radica nella constatazione delle difficoltà che i ragazzi incontrano nello studio della geometria, forse a causa dell'impostazione troppo precocemente formalizzata che diamo alla disciplina sulla scorta della maggior parte dei libri di testo. Mi è parso che far sperimentare ai ragazzi un'attività laboratoriale con le macchine matematiche fosse un'ottima occasione per dare il giusto risalto alla manipolazione e all'osservazione in situazioni concrete che sono il punto di partenza per il confronto e la formulazione di congetture. In secondo luogo ho intravisto la possibilità di sviluppare meglio il tema delle trasformazioni geometriche. Ho scelto la macchina per la simmetria centrale per accertarmi se gli allievi fossero in grado di riconoscere in un contesto diverso un tipo di trasformazione già studiata. Il pantografo di Scheiner, invece, ha permesso di far scoprire loro un nuovo tipo di trasformazione, non isometrica, e di introdurre la trattazione di omotetia e similitudine.

### Obiettivi

Coinvolgere operativamente i ragazzi in un'attività di ricerca matematica. Sviluppare le capacità di osservare e individuare varianti e invarianti. Rinforzare i concetti di trasformazione geometrica e isometria. Introdurre una trasformazione non isometrica.

### Pre-requisiti

Conoscenza di alcune isometrie, fra cui la simmetria centrale.

### *Metodologia*

Ogni classe è stata suddivisa in quattro o cinque gruppi eterogenei a cui sono state fornite schede guida per l'osservazione e lo studio delle macchine. Ai lavori di gruppo ha fatto seguito la discussione collettiva dei risultati per giungere a un testo condiviso.

### **Descrizione dell'attività**

Ciascun gruppo ha lavorato prima sulla macchina per la simmetria centrale, poi col pantografo di Scheiner. A ogni gruppo sono stati consegnati fogli A3, una mina da 2mm, nastro adesivo di carta e, una alla volta, le schede di lavoro, tre per ciascuna macchina, con la traccia per scoprire:

- *come è fatta la macchina*
- *come si muove la macchina;*
- *che cosa fa.*

Dopo la compilazione della prima scheda e lo svolgimento delle attività richieste dalle altre schede, vi è stata la socializzazione dei risultati, per arrivare a un testo condiviso. In ciascuna classe sono state impiegate 4-5 ore per la prima macchina e 3 ore per la seconda. Riporto in corsivo il testo scaturito dalla discussione del lavoro sulla prima macchina.

#### *Macchina per la simmetria centrale*

Come è fatta la macchina?

*La macchina è composta da un piano di legno liscio al cui centro è incastrata una vite. La vite è fissata con dei piccoli bulloni e tiene fissa l'asta principale di acciaio collegata ad altre tre aste di acciaio unite fra loro da bulloni e viti.*

*La figura  $ABQC$  è un parallelogramma perché i lati sono uguali e paralleli a due a due. Parametri della macchina:  $PC = 16\text{ cm}$ ;  $AB=CQ = 18\text{ cm}$ ;  $BQ=AC=8\text{ cm}$ ;  $AO = 9\text{ cm}$ .*

Come si muove la macchina?

*Il punto  $O$  è fisso: ha zero gradi di libertà. I vertici vincolati a muoversi in un certo modo sono  $A$  e  $B$  perché sono collegati col punto  $O$ : hanno un grado di libertà. I vertici liberi di muoversi nel piano della tavoletta sono  $P$ ,  $C$  e  $Q$ : hanno due gradi di libertà.*

*I punti che restano allineati col perno fisso durante la deformazione sono  $A$  e  $B$ .*

Che cosa fa la macchina?

*La macchina riproduce un'altra figura, congruente alla prima e simmetrica rispetto al punto O.*

*In qualsiasi posizione della macchina la distanza tra il punto fisso e il tracciatore è uguale alla distanza tra punto fisso e puntatore.*

*I triangoli sono congruenti.*

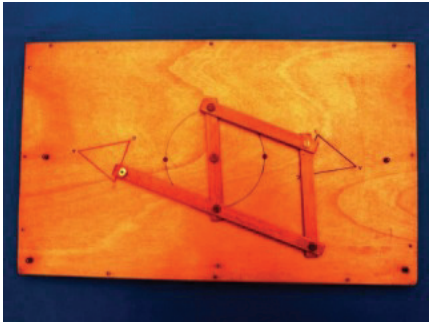
*$A=B$  perché sono angoli alterni interni formati da due rette parallele tagliate da una trasversale.*

*$AO=OB$ ,  $AP=QB$  per costruzione.*

*Quindi i due triangoli sono congruenti per il primo criterio dei triangoli (dimostrazione intuita in parte da un'alunna e completata con l'aiuto dell'insegnante).*

*I punti P, O e Q sono situati sulla stessa retta e, misurando i segmenti PO e OQ, notiamo che sono congruenti e quindi O è il punto medio del segmento PQ. La trasformazione geometrica che esegue la macchina è la simmetria centrale.*

Ho somministrato nelle tre classi una prova di verifica (per ragioni di spazio riporto solo la parte relativa alla prima macchina) per valutare le capacità di osservazione, formulazione di congetture e argomentazione.

| Prova di verifica                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>1) <i>Completa il testo</i></p> <p>La macchina matematica rappresentata nella foto è formata da quattro ..... collegate da ..... La figura ABQC è un ..... col lato AB imperniato al piano nel punto ..... I punti P e Q hanno .... gradi di libertà e rappresentano rispettivamente il puntatore e il .....</p> <p>Quando si ricalca la figura F con il ....., il ..... disegna la figura .... nella parte di piano .....</p> |
| <p>2) <i>Per ogni posizione assunta dalla macchina:</i></p>                         | <p>- i punti P, O e Q risultano .....</p> <p>- i segmenti PO e OQ sono .....</p> <p>quindi i punti P e Q sono ..... rispetto al punto O.</p> <p>La trasformazione eseguita dalla macchina è una .....</p>                                                                                                                                                                                                                         |

3) *Confronta figura di partenza e figura tracciata:*

- Che cosa osservi a proposito di segmenti e angoli corrispondenti?
- Che cosa puoi dire del perimetro delle due figure?
- E delle aree?
- Quando il puntatore percorre in un verso determinato il contorno di una figura, il tracciatore percorre nello stesso verso il contorno della figura corrispondente?

.....

4) *La trasformazione eseguita dalla macchina è un'isometria diretta: giustifica l'affermazione.*

5) *È possibile sostituire al rombo un parallelogramma articolato lasciando immutate le proprietà della trasformazione realizzata dallo strumento?*

6) *La trasformazione realizzata da questa macchina si può caratterizzare come una particolare rotazione? Determinarne ampiezza e centro.*

Contestualmente si è proposta anche la seguente scheda, perché ciascuno esprimesse il proprio parere sull'attività di laboratorio svolta.

#### **Scheda di riflessione personale<sup>65</sup>**

Ho avuto delle difficoltà nello svolgere l'attività con le macchine matematiche?

Sì ☐ No ☐

Quali sono state le mie difficoltà?

1) .....

2) .....

3) .....

Ripensando al lavoro svolto (*al massimo 30 parole per ogni risposta*):

La cosa che mi ha più interessato/a dell'attività è .....

La cosa in cui mi è sembrato di riuscire meglio è .....

Mi sono bloccato/a quando .....

La cosa che mi ha sbloccato/a è stata .....

La cosa che ho imparato da questa attività è che .....

Sono rimasto/a sorpreso/a che .....

<sup>65</sup> La scheda è tratta da A.M. Arpinati, M. Musiani, *Idee per insegnare la matematica*, in A.M. Arpinati, M. Musiani, *Matematica in azione*, Zanichelli, Bologna, 2005.

## **Apprendimento: successi e difficoltà**

### *Successi*

L'attività con le macchine matematiche ha suscitato l'interesse dei ragazzi: l'esame delle risposte nella scheda di riflessione personale ha evidenziato il gradimento e la soddisfazione per la realizzazione di disegni con le macchine. Molto apprezzata la possibilità di lavorare in gruppo e di potersi aiutare a vicenda. La grande maggioranza degli alunni ha raggiunto prestazioni positive (da sufficienti a molto buone) nell'osservazione.

### *Difficoltà*

Molti alunni hanno riportato di essersi bloccati quando si trattava di rispondere alle domande delle schede di lavoro per difficoltà nella comprensione delle consegne e per scarsa abitudine all'argomentazione scritta. Meno della metà degli allievi è risultata a proprio agio nella formulazione di congetture e solo un alunno su 5 riesce a esprimere qualche generalizzazione e argomentazione.

## **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

Nel laboratorio con le macchine matematiche il ruolo dell'insegnante è soprattutto quello di porre domande stimolo, aiutare a scomporre i problemi, sollecitare il controllo delle affermazioni, invitare a riflettere sull'uso dei termini. Le macchine matematiche fungono da elementi catalizzatori dell'interesse e forniscono un supporto concreto per presentare e discutere concetti matematici.

## LE CONICHE

*Elena Tenze*

*Docente, Liceo classico "Dante Alighieri" - Ravenna*

---

*Istituzione scolastiche e classi coinvolte*

Liceo "Dante Alighieri" di Ravenna. Classe I B - (terzo anno) liceo classico

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Parabolografo a filo, parabolografo del Cavalieri, ellissografo a filo, ellissografo ad aste

---

*Materiale:* Oltre ai pantografi, fogli bianchi formato A3, mine, nastro adesivo di carta, matita, riga graduata

---

*Durata:* maggio 2010 - 6 ore

---

### Presentazione

L'attività si è inserita in un percorso di matematica 'tradizionale' di un terzo anno di liceo classico, in cui sono state affrontate le prime curve di secondo grado (circonferenza, parabola, ellisse), ricavandone le equazioni, in un riferimento cartesiano opportunamente scelto, a partire dalla definizione come luoghi geometrici (parabole con assi di simmetria paralleli agli assi cartesiani ed ellisse simmetrica rispetto all'origine e agli assi del piano cartesiano).

Il mio interesse per le macchine è nato alcuni anni fa con la visita a una mostra, ma è stato l'entusiasmo dei miei studenti dell'anno scorso per un laboratorio fatto a Modena che mi ha spinto ad approfittare della possibilità di portare le macchine direttamente a scuola, organizzando l'esperienza con tempi e modalità diverse.

La scelta delle macchine per le coniche è legata naturalmente al programma previsto ed effettivamente svolto nella classe scelta. La classe, di buon livello, ha sempre mostrato interesse e disponibilità per approfondimenti di matematica di vario genere, soprattutto storici.

Disegnare curve con le macchine, e non per punti partendo da un'equazione, è già in sé abbastanza curioso, ma capire perché la struttura particolare della macchina permetta di disegnare quelle curve è divertente e gratificante: nelle relazioni tra le aste e i fili si possono leggere teoremi e proprietà delle figure che tutti gli studenti conoscono e che, una volta individuati, permettono una comprensione convincente e completa; inoltre si ricava l'equazione di una curva che non dipende da generici 'parametri', ma da lunghezze di fili e di aste o da distanze tra perni. Si può osservare come l'analisi della macchina diventi un esempio di lettura, in termini matematici, di una realtà fisica.

### *Obiettivi*

Sviluppare negli studenti una maggiore sensibilità geometrica. Saper cogliere collegamenti tra conoscenze acquisite in diversi momenti del percorso didattico. Saper organizzare un lavoro di gruppo. Abitarli a stendere una relazione di laboratorio. Divertire gli studenti con alcune lezioni 'alternative'.

### *Pre-requisiti*

Definizione di parabola ed ellisse come luoghi geometrici; equazione della parabola con asse parallelo a uno degli assi del piano cartesiano, equazione dell'ellisse riferita al centro e agli assi; criteri di congruenza e di similitudine dei triangoli, bisettrice come luogo geometrico; secondo teorema di Euclide.

### *Metodologia*

Gli studenti sono stati divisi in cinque gruppi, che hanno lavorato in parallelo su macchine uguali. A ogni gruppo è stata data una scheda di lavoro, con le consegne e le istruzioni per l'esplorazione della macchina. Al termine dell'attività sulle macchine, si è svolta una lezione conclusiva di discussione collettiva. Ogni gruppo ha preparato una relazione-descrizione su una macchina diversa (le quattro sopra indicate e la parabola di carta) per esporla nella propria classe e una parallela.

## **Descrizione dell'attività**

La prima macchina esaminata in classe è stata il compasso. Confrontando i diversi modelli di compasso che gli studenti hanno portato a scuola, si sono legate le caratteristiche costruttive (più grandi, più piccoli, a vite, ecc.) con i loro limiti e la loro precisione.

Subito dopo l'introduzione della parabola come luogo geometrico, si è costruita una parabola di carta. In questa fase, la consegna per gli studenti era solo capire come mai le piegature del foglio erano tutte rette tangenti (quindi con un punto in comune) alla parabola.

I parabolografi e gli ellissografi, invece, sono stati portati in classe dopo che parabola ed ellisse erano state affrontate in modo completo, con relativi esercizi. I due strumenti a filo sono stati di facile comprensione (soprattutto l'ellissografo, in cui la costruzione della curva è del tutto simile alla costruzione del giardiniere, cui si era già fatto riferimento in classe), ma proprio la loro semplicità li ha resi preziosi per capire bene le diverse proprietà dei due luoghi geometrici.

Le consegne richiedevano anche la ricerca dell'equazione descrittiva della curva,



previa opportuna scelta del sistema di riferimento: tutti i gruppi, nel caso dell'ellisse, hanno scelto assi cartesiani coincidenti con gli assi di simmetria della curva, mentre per la parabola sono state proposte diverse scelte. Per alcuni, l'asse  $y$  passava per il fuoco, per altri era laterale; per alcuni l'asse  $x$  coincideva con la direttrice, per altri con il bordo della tavoletta. La discussione coi gruppi ha permesso di notare come, cambiando il riferimento cartesiano, cambia l'equazione, che diventa più o meno complessa: una semplice verifica senza parlare di trasformazioni del piano.

Per lo strumento del Cavalieri, tre gruppi hanno compreso il funzionamento utilizzando direttamente il teorema di Euclide (più aderente al suggerimento della consegna), altri hanno scritto una relazione di similitudine, ricavata misurando i lati dei triangoli rettangoli in varie posizioni della macchina, e dimostrandola poi geometricamente.

Per l'ellissografo ad antiparallelogramma, alcuni gruppi hanno seguito le indicazioni della scheda e dimostrato, con la misura e poi geometricamente, l'uguaglianza della coppia di triangoli. Un gruppo ha considerato le aste come diagonali di un trapezio isoscele utilizzandone le proprietà. Qualche problema è nato per lo 'spessore' delle aste, che rende un po' ambigua la posizione del tracciatore.

Per la parabola di carta, ho richiesto, dopo la visualizzazione tramite le tangenti, un metodo per trovare i punti della parabola, e questo è stato piuttosto difficile.

Gli studenti hanno capito che le varie pieghe erano bisettrici, cioè luogo dei punti equidistanti dai lati dell'angolo, ma individuare il punto equidistante dal fuoco e dal bordo del foglio con un metodo semplice è stato abbastanza impegnativo. Poiché era necessario tracciare perpendicolari, ho suggerito un secondo foglio di carta da usare 'a squadra' con il bordo del foglio con la parabola.

Al termine di tutte le analisi, dopo aver trovato l'equazione delle varie curve in un certo riferimento cartesiano, gli studenti le hanno 'verificate': hanno trovato una coppia di valori  $(x, y)$ , soluzione dell'equazione e hanno controllato che il punto corrispondente appartenesse effettivamente alla curva disegnata. Ho ritenuto piuttosto significativo questo passaggio, cuore della sintesi cartesiana.

Nell'ultima verifica dell'anno scolastico è stata inserita la seguente domanda:

*Descrivi la struttura e il funzionamento del parabolografo a filo, spiegando in modo chiaro perché permette il tracciamento della parabola. Immagina che l'asta del parabolografo abbia lunghezza, uguale a quella del filo, uguale a  $30u$ , e che il perno cui si aggancia il filo abbia altezza  $3u$  rispetto alla base dell'asta. Scelto un opportuno riferimento cartesiano, determina l'equazione della parabola disegnata dalla macchina. (L'inserimento del dato superfluo riguardante la posizione del perno a cui si aggancia il filo è voluto.)*

Non tutti gli studenti hanno risposto in modo completo. Meritano un'osservazione le diverse modalità di risposta degli studenti: alcuni continuano a usare un linguaggio strettamente matematico, ma i più utilizzano un linguaggio più sciolto e simile al linguaggio comune.

Un esempio del primo tipo di approccio è quello di Maria, che scrive: “La parabola è il luogo geometrico di tutti e soli i punti equidistanti da una retta detta direttrice e da un punto fisso detto fuoco. Il parabolografo a filo si basa su questa definizione. È formato da due aste rigide perpendicolari (nella figura 1 le rette  $r$  e  $s$ ) e un chiodo fisso ( $F$ ). All'estremità di una delle due aste, in questo caso l'asta  $AB$ , è legato un filo lungo esattamente quanto il segmento  $AB$ . Quindi, considerando la figura,  $AB=AP+PF$ , in quanto il filo che va da  $A$  a  $F$  è formato da  $AP$  e  $PF$ . Tenendo la parte  $AP$  del filo sovrapposta ad  $AB$ , il segmento rimanente del filo ( $PF$ ) è congruente al segmento congruente dell'asta ( $PB$ ), poiché sono differenze di segmenti congruenti. Quindi, spostando le aste rigide e tenendo sempre  $AP$  sovrapposto all'asta, si ottiene una parabola a cui appartiene il punto  $P$ , la cui distanza da  $F$  è sempre congruente alla distanza dalla direttrice ( $s$  nella figura)”.

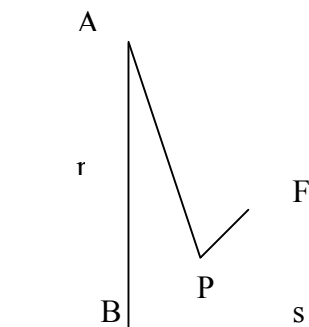


Figura 1

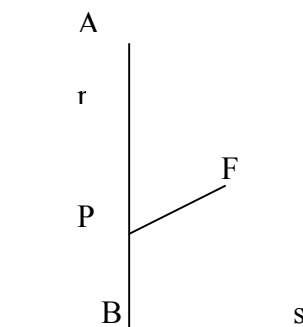


Figura 2

Alice, invece, scrive: “Il parabolografo è costituito da due aste (fra loro) perpendicolari, da un perno e da un filo. Il filo ha la stessa lunghezza dell'asta. Se si aggancia il filo al perno e si traccia una linea mantenendo con la punta della matita il filo teso e sempre attaccato all'asta, si ottiene una parabola.

Il fatto che il filo sia lungo quanto l'asta e che l'asta sia perpendicolare alla direttrice, che è la retta su cui giace la base dell'asta, fa sì che la distanza fra qualsiasi punto della curva e il perno (il fuoco) sia uguale a quella tra lo stesso punto e la direttrice. Siccome la parabola è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto fuoco e da una retta detta direttrice, la macchina tratterà una parabola”.

Successivamente è stato richiesto a ogni gruppo di preparare una relazione da presentare ai compagni su una macchina studiata; è stato interessante notare come i ragazzi si sono ingegnati con schemi e disegni, non avendo più le macchine in classe.

### **Apprendimento: successi e difficoltà**

Gli studenti hanno dimostrato entusiasmo e curiosità per queste lezioni così diverse dalle altre: le hanno vissute quasi come un gioco.

Dal punto di vista matematico, hanno concretamente evidenziato il legame tra la curva nel piano e la sua equazione e hanno individuato teoremi e proprietà geometriche alla base della costruzione delle macchine.

Il percorso ha quindi richiesto capacità di analisi (come è fatta la macchina, quali caratteristiche le permettono di disegnare la curva) e di sintesi (scrivere l'equazione). Si è inoltre evidenziata l'importanza dell'uso dei modelli per descrivere una realtà complessa: per comprendere il funzionamento dell'ellissografo ad antiparallelogramma, ad esempio, è stato necessario utilizzare un modello semplificato in cui si trascura lo spessore delle aste.

Le difficoltà incontrate sono state soprattutto di tipo pratico: i ragazzi hanno davvero scarsa manualità, e sono stati necessari vari tentativi prima di ottenere curve abbastanza precise. Il lavoro a gruppi ha permesso di interagire nei piccoli gruppi (max. 5 studenti).

### **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

Il progetto effettivamente svolto è solo una parte di quello preventivato. Come spesso accade, il problema è quello della sottovalutazione dei tempi e il periodo dell'anno (maggio) è il meno indicato perché troppo vicino alla chiusura dell'anno scolastico. Poiché il programma della prima liceo prevede le coniche come ultimo argomento, mi propongo di spostare il lavoro all'inizio del quarto anno come ripasso e consolidamento dell'anno precedente. In tale modo sarà possibile utilizzare anche gli iperbolografi e approfondire l'uso del compasso per la risoluzione di problemi proposti anche in geometria analitica (circonferenza per tre punti, tangente a una circonferenza in un suo punto, ecc.).

# Provincia di Rimini

(Anni scolastici 2008-09 e 2009-10)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Centro territoriale</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| Centro Pedagogico per l'integrazione dei servizi<br>Via Colonna, 20 - Rimini (c/o ITG "Belluzzi")<br>E-mail: <a href="mailto:centro.p@libero.it">centro.p@libero.it</a> - Sito: <a href="http://www.centropedagogicorimini.it">www.centropedagogicorimini.it</a>                                                                                             |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <b>Personale del centro</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| Arrigo Albini: responsabile del coordinamento organizzativo<br>Franca Berardi: Ufficio scolastico provinciale (part-time)                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <b>Il Laboratorio delle Macchine Matematiche</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <i>Sede:</i> in un'aula attigua all'ufficio del Centro Pedagogico, nella zona semi-interrata dell'ITG "Belluzzi" di Rimini<br><i>Gli orari:</i> dall'a.s. 2010-11, per l'uso del laboratorio con gli studenti o per il prestito delle macchine, sono stabiliti sulla base del nuovo organigramma del CP; vengono comunicati alle scuole e inseriti nel sito. |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <b>Formatori e tutor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <i>Formatori:</i> Rossella Garuti, Marco Turrini - <i>Tutor:</i> Carla Zanoli, Simona Cennamo                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| <b>Insegnanti coinvolti e sperimentazioni svolte</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                        |                                                                                                                                                                                      |
| Carla Ferretti                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | I.C. di S. Giovanni in Marignano (Rn). Sc. sec. I°                     | Trasformazioni: simmetria assiale, simmetria centrale, traslazione, rotazione                                                                                                        |
| Simona Cennamo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Liceo artistico "Serpieri" - Rimini                                    | Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche. Trasformazioni: simmetria assiale e stiramento                                                                                  |
| Maria Giovanna Silvegna                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | IPSIA "L.B. Alberti" Rimini. Biennio meccanico termico                 | Coniche: Ellissografo a filo teso, ellissografo ad antiparallelogramma articolato. Trasformazioni: simmetria assiale e centrale. Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche |
| Maria Ausilia Bordoni                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | I.C. "Valle Del Conca" - Morciano di Romagna (Rn). Scuola sec. I grado | Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche                                                                                                                                  |

## IL CENTRO PEDAGOGICO PER L'INTEGRAZIONE DEI SERVIZI DI RIMINI

*Arrigo Albini\*, Paola Vanini\*\**

*\*Responsabile del coordinamento organizzativo del C.P. di Rimini*

*\*\*Docente, ricercatrice ANSAS ex-IRRE E-R*

### Attività del Centro

Il Centro Pedagogico per l'integrazione dei servizi si è costituito attraverso l'Accordo di programma del 21/12/2005, sottoscritto dalla Provincia di Rimini, dall'USR (USP), dalle istituzioni scolastiche statali e paritarie, dai comuni della provincia e dagli enti di formazione, in applicazione dell'art. 22 della Legge regionale 12/2003. Le funzioni istituzionali sono garantite da un responsabile del coordinamento organizzativo che assicura i rapporti e le relazioni con i vari soggetti istituzionali del territorio; un referente dell'Ufficio scolastico provinciale, che mantiene prioritariamente il collegamento fra il CP e le istituzioni scolastiche, due ricercatrici ex IRRE E-R (per due giornate settimanali); una docente utilizzata part-time con l'USP, su progetto regionale. Il CP è, di per sé, un ente di confronto con il territorio, con il preciso compito di integrare e mettere in relazione le scuole con i Centri territoriali<sup>66</sup> e con i Poli specialistici<sup>67</sup>, attorno a quattro principali aree di lavoro: a) integrazione degli alunni stranieri; b) integrazione degli alunni con handicap; c) sostegno alle attività volte alla riduzione del disagio e della dispersione scolastica; d) orientamento scolastico.

Su questi temi, il CP si avvale anche della collaborazione di numerosi enti e istituzioni presenti sul territorio<sup>68</sup>.

### Ruolo del Centro nel progetto regionale

All'interno del Progetto "Scienze e Tecnologie - Azione 1", promosso dalla Regione Emilia-Romagna con la collaborazione dell'ANSAS ex IRRE E-R e la supervisione scientifica dell'Università di Modena, il CP di Rimini, insieme al CDE

<sup>66</sup> *Centri territoriali*: CET (Centro educativo territoriale); Progetto "Beni naturali, ambientali, culturali" del Comune di Riccione.

<sup>67</sup> *Poli specialistici*: CEIS (Centro educativo italo-svizzero); Zaffiria (Centro per l'educazione ai mass-media); CAM (Centro per l'apprendimento mediato, presso la scuola sec. I grado "Alighieri-Fermi").

<sup>68</sup> *Per l'integrazione degli alunni stranieri*: Caritas, Casa dell'intercultura, Associazione Arcobaleno, Associazione Girogiromondo, Prefettura; *per l'integrazione degli alunni con handicap*: Ausl, Centro Educativo Italo-Svizzero; *per le attività volte alla riduzione del disagio e della dispersione scolastica*: CoPrESC (Coordinamento provinciale enti servizio civile); *per l'orientamento scolastico*: Centro per l'Impiego, CNA, Centri di formazione professionale (Enaip e altri); Università degli Studi di Bologna, Polo scientifico e didattico di Rimini.

di Piacenza, è stato individuato sin dall'inizio come ambito nel quale realizzare un Laboratorio delle Macchine Matematiche e contestualmente formare un gruppo di insegnanti con i quali sviluppare successivamente attività laboratoriali con le classi.

Negli armadi e sui tavoli perimetrali del laboratorio sono state sistemate le macchine per la formazione e per il lavoro successivo. Per favorire l'organizzazione delle attività, il laboratorio è stato dotato di tavoloni e di un computer; un proiettore, uno schermo, una lavagna con riga e squadra e una piccola libreria con testi e riviste sull'argomento completano l'arredo.

In quest'ambiente, il 4 marzo 2009 è iniziato il percorso formativo previsto dal Progetto regionale. Al percorso formativo si sono iscritti 21 docenti, prevalentemente di scuola secondaria di I e II grado, ivi compresi 2 insegnanti della formazione professionale regionale e un gruppetto di docenti di scuola primaria a cui si era deciso di estendere, a Rimini, questa opportunità formativa, in considerazione dell'interesse dimostrato e del contributo che alcuni di loro già offrivano, nell'ambito del CP, alla riflessione sulla didattica della matematica.

Fin dall'inizio del percorso formativo e per tutto il periodo seguente, il laboratorio e le macchine sono stati messi a disposizione di chi volesse cominciare a sperimentare. Sul sito del Centro Pedagogico, inoltre, sono stati inseriti tutti i materiali forniti dagli esperti.

### **Organizzazione di eventi e ricadute sul territorio**

Dopo i primi sette incontri previsti dal Progetto regionale, il C.P. di Rimini ha organizzato tre iniziative nel mese di settembre 2009, all'apertura del nuovo anno scolastico, per mantenere vivo l'interesse sull'argomento:

- visita al Museo del Calcolo "Mateureka" di Pennabilli;
- riflessioni metodologiche sulla didattica del laboratorio delle Macchine Matematiche e sul lavoro per gruppi;
- incontro con Lorenza Resta sull'esperienza realizzata a Faenza.

Pennabilli è uno dei sette comuni del Montefeltro (Marche) che dal 14 agosto 2009 fa ufficialmente parte della provincia di Rimini, per cui, a pieno titolo, "Mateureka" va inserito fra i musei scientifici della regione Emilia-Romagna. Ci è sembrato utile, quindi, stabilire una relazione fra il laboratorio costituito presso il CP e il museo di Pennabilli, per creare una rete sul nostro territorio.

Nel corso dell'a.s. 2009-10 i docenti più attivi e motivati a cimentarsi con la nuova proposta didattica sono venuti al CP per prendere in prestito le macchine o hanno accompagnato più volte le loro classi in laboratorio. Per loro e per tutti

quelli che volevano riprendere gli spunti forniti dal corso, sono stati organizzati due incontri di supervisione e riflessione animati dalle due tutor, Carla Zanoli e Simona Cennamo.

Il 12 maggio 2010, il percorso biennale si è virtualmente concluso con un seminario presso l'aula magna del Centro pedagogico, sul tema "Riflessioni sulla didattica della matematica", con il contributo di M.G. Bartolini Bussi, R. Garuti, F. Martignone e P. Vanini. In quell'occasione sono stati assegnati i diplomi ai docenti che avevano frequentato il percorso di formazione, con una menzione particolare per le insegnanti sperimentatrici. Il seminario è stato anche un'opportunità per far conoscere il Progetto regionale agli oltre cento insegnanti presenti e per accompagnarli a visitare il laboratorio delle macchine matematiche.

### **Prospettive future**

I docenti che hanno frequentato il corso possono, telefonando al CP, prenotare il laboratorio delle Macchine Matematiche per recarvisi con i loro studenti e utilizzarne spazi, documentazione e attrezzature. Sarebbe auspicabile che si potessero coinvolgere in queste attività anche altri colleghi non formati, ma interessati al lavoro. In alternativa, ogni insegnante può 'prendere in prestito' le macchine matematiche di cui ha bisogno e utilizzarle nella propria classe. In questo caso è necessario accordarsi con il CP circa i tempi della restituzione e firmare un apposito registro di 'carico e scarico'.

Per garantire che il laboratorio continui a essere un luogo dinamico, utilizzato dalle scuole, riteniamo utile che sia gestito direttamente da un pool di insegnanti coordinati dalla tutor, individuata per sostenere la diffusione di questa proposta formativa in loco. Lo spazio del laboratorio deve svilupparsi come un'opportunità, offerta alle classi, per scoprire, progettare, costruire nuove macchine. Pensiamo in particolare, in futuro, alla possibilità di una collaborazione con istituti tecnico-professionali in cui la costruzione degli artefatti con gli studenti possa essere il passo iniziale per portarli poi, con una riflessione guidata, alla scoperta dei principi matematici sottesi al funzionamento della macchina costruita.

Il laboratorio può divenire anche un centro di documentazione dei percorsi didattici effettuati, attraverso la raccolta e la sistemazione di schede, relazioni, fascicoli che 'raccontino' il lavoro svolto dai docenti. Questo materiale, oltre a testimoniare la pluralità delle esperienze effettuate, consentirà ad altri insegnanti di fruirne, di riprodurle, di partire da percorsi già noti per poi ipotizzarne altri e documentarli, in un circolo virtuoso, a beneficio delle scuole e degli studenti.

## DALLA FORMAZIONE ALLA SPERIMENTAZIONE: LA VOCE DEI TUTOR

*Simona Cennamo\*, Carla Zanoli\*\**

*\*Docente, I.S.I. Serpieri - Rimini*

*\*\*Associazione Macchine Matematiche*

### **L'esperienza di Rimini con le macchine matematiche**

I tutor sono stati presenti agli incontri di formazione, nei quali le tematiche della sperimentazione si sono sempre intrecciate con i contenuti disciplinari proposti. Durante gli incontri tenutesi in aprile-maggio 2009 (inizio della formazione) la discussione sulle sperimentazioni in classe si è orientata in particolare:

- sui percorsi in corso di sperimentazione, in particolare sulle costruzioni con riga e compasso;
- sulle indicazioni metodologiche del lavoro sulle macchine;
- sulle osservazioni di alcuni primi manufatti costruiti dagli insegnanti e dagli studenti. A questo proposito: abbiamo caldeggiato l'iniziativa di costruire con i ragazzi le macchine (vedi sperimentazioni di Carla Ferretti e M. Giovanna Silvegna riportate in seguito). Questa attività si è rivelata molto stimolante e coinvolgente per gli studenti, e ha favorito uno studio approfondito dell'artefatto;
- su alcuni approfondimenti relativi alle macchine. Questo tema, con particolare riferimento alle variazioni del biellismo per la simmetria assiale ("che cosa succederebbe se la macchina fosse un po' diversa?" è una domanda che sorge spontanea agli studenti durante l'esplorazione della macchina), è stato approfondito nell'incontro del 30 settembre 2009 con la presentazione di nuovi biellismi e simulazioni.

La discussione su questi temi si è svolta a margine delle lezioni, a volte durante la fase finale degli incontri, ma spesso durante la ripresa degli argomenti della lezione precedente su questioni poste dai corsisti.

La discussione sulla sperimentazione è stata più concreta e proficua negli incontri successivi (30 settembre 2009, 1 dicembre 2009, 16 marzo 2010) tenutisi nella seconda annualità del Progetto. Anche se gli insegnanti presenti a questi incontri non erano numerosi, erano però molto partecipi e attivi. Si sono affrontati e discussi problemi concreti importanti, relativi alla didattica laboratoriale con particolare riferimento:

- alla pianificazione del lavoro di gruppo dei ragazzi;



- agli aspetti legati al contratto didattico;
- alla gestione delle attività laboratoriali da parte dell'insegnante.

Il contributo degli insegnanti che già stavano attuando la sperimentazione è stato fondamentale. Si sono chiariti problemi apparentemente pratici, ma non banali, quali:

- i criteri di formazione dei gruppi (gruppi omogenei per capacità o disomogenei? Si sono avuti esempi di entrambe le soluzioni);
- la tipologia delle schede e delle consegne: ogni insegnante sperimentatore ha presentato le schede elaborate per la propria sperimentazione con le osservazioni relative. Ne è emersa la necessità di porre molta attenzione, oltre che alla formulazione dei quesiti, alla quantità di quesiti da porre in relazione al tempo previsto per l'attività esplorativa;
- la difficoltà in merito alle richieste di verbalizzazione, documentazione personale e gestione del quaderno;
- la progettazione dei tempi e l'orchestrazione della discussione.

Poiché gli insegnanti sperimentatori appartenevano a scuole differenti fra loro (scuole secondarie di primo grado, istituti professionali, licei), le soluzioni che emergevano erano particolarmente variate e interessanti per tutti.

Su richiesta di alcuni insegnanti nell'incontro del 16 marzo 2010 abbiamo trattato le simulazioni delle macchine con il software Geogebra: queste sono state ritenute utili nella fase conclusiva dell'attività del laboratorio quale strumento di sintesi e di rafforzamento dei contenuti proposti.

Il materiale prodotto durante le sperimentazioni è stato inviato via mail ai tutor o consegnato direttamente durante gli incontri.

### Considerazioni finali

Gli insegnanti sperimentatori formati hanno acquisito ottime competenze sugli argomenti proposti. La loro adesione al Progetto ha fatto sì che nelle scuole di appartenenza siano programmati ampliamenti della loro sperimentazione e venga loro affidata la formazione dei colleghi.

#### *Sperimentazioni attuate nell'anno scolastico 2009-10:*

- *insegnante*: Carla Ferretti; *scuola*: I.C. di S. Giovanni in Marignano; *classe*: II media; *percorso*: Trasformazioni: simmetria assiale, simmetria centrale, traslazione, rotazione;
- *insegnante*: Maria Giovanna Silvegini; *scuola*: IPSIA "L.B. Alberti" di Rimini; *classe*: II D biennio meccanico termico; *percorso*: Trasformazioni: simmetria assiale e simmetria centrale;

- *insegnante*: Simona Cennamo; *scuola*: Liceo Artistico Serpieri di Rimini; *classe*: II; *percorso*: Trasformazioni: simmetria assiale, stiramento.

*Sperimentazioni attuate nell'anno scolastico 2008-09*:

- *insegnante*: Simona Cennamo; *scuola*: Liceo Artistico Serpieri Rimini; *classe*: I; *percorso*: Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche. Trasformazioni: simmetria assiale.

- *insegnante*: M. Giovanna Sivegni; *scuola*: IPSIA "L.B. Alberti" di Rimini; *classe*: ID biennio meccanico termico; *percorso*: Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche

- *insegnante*: Maria Ausilia Bordoni; *scuola*: I.C. di Valle Del Conca Morciano di Romagna; *classe*: I; *percorso*: Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche



Figura 1 - Foto dalle sperimentazioni di Rimini (IPSIA "L.B. Alberti")

## LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE ATTRAVERSO LA COSTRUZIONE E L'ESPLORAZIONE DI MACCHINE MATEMATICHE

*Carla Ferretti*

*Docente, Istituto comprensivo - San Giovanni in Marignano (RN)*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte*

Istituto comprensivo di San Giovanni in Marignano (Rn)

Classe II di scuola secondaria di I grado

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Pantografi per trasformazioni: simmetria centrale, simmetria assiale, traslazione e rotazione

---

*Materiale:* Materiale per la costruzione della macchina: legno, sega, chiodi, martello, viti con dado, seghetta da ferro, rivetti, righello, trapano. Materiale per lo studio della trasformazione: fogli bianchi, matite, nastro adesivo, gomma, righello, squadra e goniometro

---

*Durata:* in un quadrimestre un'ora settimanale, per due mesi, dedicati alla costruzione delle macchine matematiche; un'ora settimanale, per altri due mesi, dedicata allo studio delle trasformazioni geometriche da esse realizzate

---

### **Presentazione**

Finalità dell'esperienza: condurre i ragazzi all'acquisizione di concetti geometrici attraverso l'esplorazione e manipolazione di strumenti matematici da loro stessi costruiti.

La progettazione di questo laboratorio è nata dalla necessità di affrontare certi contenuti, come in questo caso quello delle trasformazioni geometriche, in modo meno teorico e formale e più operativo, rendendo l'allievo protagonista attivo e non passivo della costruzione del proprio sapere. In un mondo dove l'elettronica ha reso tutto 'pronto e immediato' ho avvertito la necessità di stimolare la mente dei miei ragazzi a riflettere, a porsi domande, a far congetture, a scoprire, attraverso la manipolazione di oggetti, le loro proprietà e caratterizzarne le trasformazioni. In questa attività laboratoriale gli allievi sono stati così prima impegnati nella costruzione delle macchine matematiche (pantografo simmetria assiale, simmetria centrale, traslazione e rotazione) e poi nello studio delle trasformazioni geometriche da esse realizzate.

### *Obiettivi*

Saper individuare, attraverso la costruzione e l'analisi della macchina, le proprietà geometriche incorporate nello strumento.

Acquisire il concetto di trasformazione del piano.

Saper riconoscere i vari tipi di trasformazioni geometriche.

Saper individuare varianti e invarianti di una trasformazione.

### *Pre-requisiti*

Saper effettuare misurazioni utilizzando righello e goniometro.

Possedere i concetti di parallelismo, incidenza e perpendicolarità.

Conoscere gli enti geometrici fondamentali, le figure piane e loro proprietà, il concetto di congruenza.

Non è stato affrontato, prima dell'esperienza, lo studio delle trasformazioni geometriche perché ho ritenuto didatticamente più valido che fossero i ragazzi a scoprirle attraverso la manipolazione dello strumento.

### *Metodologia*

Suddivisione della classe in gruppi eterogenei per stimolare un apprendimento di tipo cooperativo; somministrazione di schede operative per condurre gli alunni gradualmente alla scoperta di proprietà varianti e invarianti delle trasformazioni.

## **Descrizione dell'attività**

### *Costruzione delle macchine*

Macchina simmetria assiale: alcuni ragazzi si sono spontaneamente offerti di portare a scuola scarti di compensato. Insieme abbiamo deciso le dimensioni dei pannelli che poi abbiamo assemblato, utilizzando chiodi e martello, per formare il basamento della macchina. Come aste si è pensato di utilizzare 4 seghette da ferro della stessa lunghezza, smerigliate per eliminare le dentature; poi le abbiamo fatte rivettare in modo da ottenere un quadrilatero con 4 lati congruenti; su due vertici è stato praticato, con un trapano, un foro per poter posizionare puntatore e tracciatore, mentre negli altri due è stata inserita una vite con dado in grado di scorrere lungo la scanalatura della macchina. La realizzazione ha creato inizialmente qualche difficoltà ma la soddisfazione e l'entusiasmo dei ragazzi nel vedere il loro manufatto finito e perfettamente funzionante sono stati grandi. Con procedimento analogo sono state realizzate tutte le altre macchine.

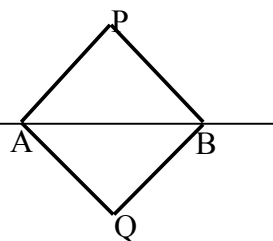
*Studio delle trasformazioni realizzate dalle macchine (tempo: 90 min.)*

La classe è stata suddivisa in 4 gruppi di 5-6 alunni, eterogenei per capacità e competenza. A ogni gruppo è stata consegnata una diversa macchina e delle schede operative, strutturate dall'insegnante, per guidarli nell'esplorazione sia dello strumento che della trasformazione geometrica. Le settimane successive i gruppi si sono poi scambiate le macchine in modo da visionarle tutte. A titolo esemplificativo riporto le schede di lavoro consegnate ai ragazzi sulla simmetria assiale.

**Scheda n. 1:**

*Descrizione della macchina*

- a) Da quante aste è formato il sistema?
- b) Quale figura geometrica formano tali aste e perché?
- c) In questa macchina i punti P e Q possono occupare qualsiasi posizione del piano o ci sono zone limite oltre le quali non possono andare? Provare a disegnare le zone in cui P e Q possono arrivare.



*Descrizione della macchina allo scopo di comprenderne il funzionamento.*

Esplorate tutti i possibili movimenti della macchina.

- a) Nella macchina ci sono punti che si possono muovere nelle due dimensioni del piano? Se sì, quali?
- b) Ci sono punti vincolati a muoversi solo in una dimensione (cioè che hanno un grado di libertà), ad esempio seguendo una linea? Se sì, quali?
- c) Nella macchina ci sono elementi fissi?
- d) I vertici P e Q, in cui sono posti i due fori, sono chiamati 'puntatore' e 'tracciatore'; osserva la loro posizione e descrivi in che relazione stanno rispetto alla scanalatura AB.

### ***Scheda n. 2: Funzionamento della macchina***

a) Disegnate le figure indicate nella tabella nella parte del piano in cui si trova il puntatore. Mettete la mina nel tracciatore e ricalcate con il puntatore la figura disegnata. Osserva la figura che il tracciatore forma e completa la seguente tabella (potete aggiungere anche altre figure che ritenete interessanti esaminare):

|                                                      |
|------------------------------------------------------|
| Un segmento lungo 10 cm si trasforma in .....        |
| Una retta // ad AB si trasforma in .....             |
| Una retta perpendicolare ad AB si trasforma in ..... |
| Un angolo si trasforma in .....                      |
| Un triangolo si trasforma in .....                   |
| Un rettangolo si trasforma in .....                  |
| Un quadrato si trasforma in .....                    |
| Un cerchio si trasforma in .....                     |

b) Osservando la tabella provate a descrivere a parole che cosa fa la macchina.

### ***Scheda n. 3: Analisi della trasformazione***

a) Misurate la distanza di un punto P dalla scanalatura AB e la distanza da essa del suo punto corrispondente Q, in diverse posizioni del sistema articolato. Cosa puoi osservare?

b) Dall'esame della figura percorsa dal puntatore e di quella corrispondente descritta dal tracciatore, avete individuato degli invarianti, cioè degli elementi che non sono cambiati, delle proprietà geometriche che si sono conservate?

c) Avete individuato 'elementi uniti', cioè enti geometrici che coincidono con il proprio trasformato?

d) Ricalcate con il puntatore una figura muovendovi in senso antiorario: in quale senso si muove il tracciatore mentre descrive la figura corrispondente? Cioè il verso di percorrenza delle figure viene conservato?

e) Sapete dare un nome a questa trasformazione descritta dalla macchina? Provate a darne una definizione.

#### ***Proprietà della trasformazione incorporate nella macchina***

a) Quali caratteristiche della macchina permettono la realizzazione di tale trasformazione?

b) È possibile sostituire al rombo articolato una figura geometrica diversa che realizzi la medesima trasformazione?

La fase operativa è stata poi seguita da una discussione collettiva in classe, di circa due ore, dove l'insegnante, partendo dai dati raccolti e da riflessioni e considerazioni emerse durante tutta l'attività laboratoriale, ha condotto gli allievi alla formalizzazione e matematizzazione delle conoscenze acquisite. La verifica finale si è svolta nel laboratorio informatico: qui è stato chiesto agli alunni di disegnare con Geogebra una figura piana e di costruire e applicare a essa le varie trasformazioni geometriche studiate.

## **Apprendimento**

### *Successi*

L'attività di gruppo ha dato la possibilità di esprimersi anche ai ragazzi meno dotati ma con capacità manipolative più spiccate e ha incentivato lo spirito collaborativo. Dalla verifica effettuata si è potuto notare come i concetti siano stati compresi e fatti propri dalla quasi totalità degli alunni. I concetti difficili, come ad esempio il 'grado di libertà di un punto materiale', sono stati acquisiti dai ragazzi in modo sorprendente.

### *Difficoltà*

Un numero di ore di laboratorio piuttosto elevato; la difficoltà incontrata dagli alunni nella verbalizzazione scritta: spesso non riuscivano a esprimere con un lessico appropriato ciò che avevano intuito e questo li portava a scrivere frasi che a volte assumevano un significato diverso da quello voluto.

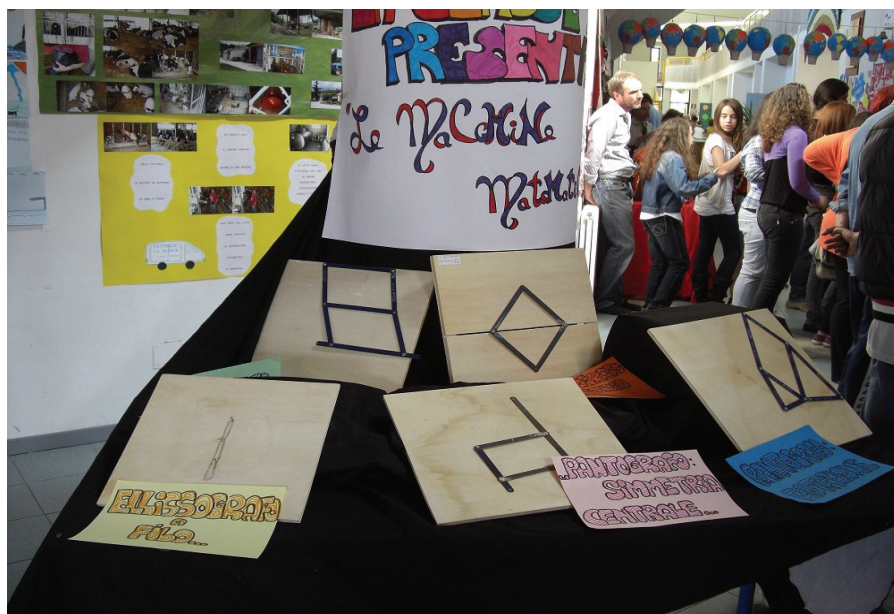
## **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

L'esperienza svolta, che sicuramente ha contribuito anche alla mia crescita professionale, ha messo in luce i numerosi vantaggi della didattica laboratoriale: l'aumento della motivazione al lavoro da parte di tutti i ragazzi i quali, attraverso l'operatività, riescono a 'dare un senso' a quello che stanno facendo; ha reso gli allievi consapevoli dei processi e delle strutture che hanno applicato; ha permesso la scoperta di abilità degli alunni che non emergono in altri contesti; ha favorito l'acquisizione e il consolidamento delle conoscenze dovute a un apprendimento di tipo dinamico. Ha inoltre promosso nello studente la ricerca di una metodologia scientifica: congetturare, quindi formulare ipotesi, verificare con lo strumento, modificare la procedura sulla base di eventuali risposte errate rilevate dalla macchina e trarre delle conclusioni.

In questa esperienza sicuramente il ruolo dello strumento si è rivelato fondamentale: la sua realizzazione e manipolazione ha incuriosito e suscitato grande interesse in tutti gli alunni rendendoli protagonisti attivi del loro processo di apprendimento. Anche l'insegnante ha assunto un ruolo diverso: non più trasmettitore di conoscenze ma colui che guida lo studente nel suo percorso di conoscenza, fornendogli gli strumenti per imparare e mettendo in atto tutte quelle strategie e tecniche che possano rendere più efficace l'apprendimento e il consolidamento delle conoscenze da parte dello studente, nel rispetto della sua individualità.

### *Divulgazione dell'esperienza*

L'esperienza del laboratorio delle macchine è stata scelta dal nostro istituto per partecipare all'iniziativa (promossa dall'Assessorato scuola, formazione professionale, università e ricerca, lavoro) "Una Scuola grande come la regione": una diretta web (sul sito [www.scuolaer.it](http://www.scuolaer.it)) che il 14 settembre 2010, grazie a collegamenti con diverse realtà scolastiche, attraversa la regione, entra nelle aule e dà voce ai protagonisti del sistema educativo, anticipando strumenti di un progetto più articolato che intende promuovere l'apprendimento cooperativo e creativo e lo scambio di esperienze per il miglioramento della didattica.



*Figura 1 - Le macchine matematiche costruite e presentate alla festa di fine anno scolastico*



## LABORATORIO DELLE MACCHINE MATEMATICHE: L'ELLISSE

*Maria Giovanna Silveggi*

*Docente, IPSIA "L.B. Alberti" - Rimini*

---

*Istituzione scolastica e classi coinvolte:*

IPSIA "L.B. Alberti" Rimini. Classe: II D, biennio meccanico termico

---

*Tipo di macchina utilizzato:* Ellissografo a filo teso, antiparallelogramma articolato

---

*Materiale:* matite, penne, gomme per cancellare, righello, compasso, fogli bianchi; nastro adesivo per fissare i fogli alle macchine

---

*Durata:* L'attività si è svolta in due parti per un totale di 10 ore, così suddivise: ellissografo a filo teso: 3 ore di laboratorio per lo studio della macchina e 2 ore di discussione matematica; antiparallelogramma articolato: 3 ore di laboratorio per lo studio della macchina e 2 ore di discussione matematica; Eurowheel di Mirabilandia: prospettografo e profilo della ruota

---

### Presentazione

Il laboratorio è stato ideato per rendere lo studio della matematica più interessante rispetto al tradizionale metodo di lavoro basato su spiegazione, studio ed esercizio. L'esperienza si è svolta nella classe II D indirizzo meccanico termico dell'IPSIA "L.B. Alberti" di Rimini, e rientra in un progetto di laboratorio di geometria che prevede l'utilizzo delle Macchine Matematiche. L'attività laboratoriale si adatta perfettamente a un contesto 'annoiato' da formule ed esercizi ripetitivi, da teoremi e da ragionamenti logici, ma non 'naturali', spesso incomprensibili e causa di tanti insuccessi. Nel progetto sperimentato sono state valorizzate le abilità sia non cognitive (percettive, manuali, creative, comunicative), sia cognitive (legate alla formulazione di congetture, alla scoperta, all'elaborazione di strategie e alla verifica di ipotesi).

### Obiettivi

La finalità principale consiste nel creare un clima favorevole all'apprendimento e all'acquisizione delle competenze disciplinari attraverso: il recupero della motivazione allo studio, dell'interesse alla partecipazione, allo sviluppo della creatività del singolo, rendendo ciascun alunno protagonista e artefice del proprio sapere. Il laboratorio di matematica crea delle situazioni favorevoli per il loro raggiungimento.

*Pre-requisiti*

Criteri di congruenza dei triangoli. Concetto di distanza di un punto da una retta. Equidistanza. Parallelismo e perpendicolarità. Parallelogrammi. Concetto di luogo geometrico.

*Metodologia*

Gli alunni sono stati suddivisi in piccoli gruppi di quattro studenti ciascuno per le attività di laboratorio: all'interno di ciascun gruppo ogni studente aveva un ruolo ben preciso e coordinato. Chi doveva disegnare, chi doveva prendere misure, chi doveva trascrivere i dati e controllare la loro validità, chi doveva scrivere una relazione condivisa da tutti i componenti del gruppo.

La fase di discussione matematica, invece, ha coinvolto ciascun alunno in modo individuale: a ognuno veniva richiesto di esporre l'attività svolta, di presentare i metodi di indagine per lo studio della macchina e di esprimere le proprie conclusioni e osservazioni sull'attività svolta. Le diverse osservazioni hanno favorito momenti di confronto e di approfondimento. Il viaggio di istruzione ha permesso di toccare con mano ciò che si era studiato in laboratorio.

**Descrizione dell'attività**

Al fine di svolgere l'attività sono stati utilizzati i seguenti strumenti didattici:

- scheda di analisi dell'ellissografo a filo teso;
- scheda di analisi dell'antiparallelogramma articolato;
- discussione matematica;
- viaggio di istruzione a Matelandia presso il parco di Mirabilandia.

*Strumento didattico n. 1: Ellissografo a filo teso*

A ciascun gruppo è stato dato il seguente materiale: pantografo per simmetria; fogli di carta bianchi (senza righe né quadretti); matite; gomma per cancellare; righello; compasso; scotch (per fissare i fogli alla macchina); mine di matita.

*Fase 1: Osservazione libera della macchina*

Gli studenti sono stati messi di fronte all'artefatto senza alcun suggerimento. *Che cosa è?* (libertà assoluta di esprimere le proprie idee)

*Fase 2: Prepariamo la macchina*

Fissaggio dei fogli sul piano di lavoro della macchina.

*Fase 3: Descrizione: come è fatta la macchina?*

Da quali elementi è composta la macchina?

Nella macchina ci sono elementi fissi. Quali?

Usando la matita per tenere teso il filo, entro quali limiti puoi disegnare?

Quanti sono i gradi di libertà del sistema?

*Fase 4: Esplorazione della macchina come strumento: cosa fa?*

Il filo teso dalla matita e i chiodini individuano figure geometriche, quali?

Le figure geometriche che hai ottenuto hanno una caratteristica comune che non varia. Quale?

Osserva i triangoli che ottieni spostando la matita in diverse posizioni. Prendi le misure dei lati di ciascun triangolo. Cosa osservi?

I triangoli individuati hanno delle caratteristiche comuni?

Ora tieni fissa la matita tenendo sempre il filo teso. La posizioni in diversi punti e prendi le misure delle sue distanze dai chiodini: Cosa osservi?

*Fase 5: Proprietà matematiche della macchina: Perché lo fa?*

Questa macchina disegna punti che hanno la stessa proprietà geometrica. Quale?

Tale proprietà individua un luogo geometrico? Perché?

Se sì, quale definizione di luogo puoi dare?

Tenendo il filo teso con l'aiuto di una matita prova a vedere che traccia lascia sul foglio la mina della matita. Riporta qui il disegno.

*Fase 6: Modifichiamo la macchina: cosa succede se...?*

Se i due chiodini vengono avvicinati fino a sovrapporsi ottieni un'altra macchina. Prova a descriverla utilizzando lo schema: come è fatta? che cosa fa? perché lo fa?

I chiodini possono essere allontanati fino a quale distanza?

Ottieni un'altra macchina. Che cosa ti permette di fare? Prova a descriverla seguendo lo schema: come è fatta? che cosa fa? Perché lo fa?

La figura che viene tracciata dalla matita che si sposta sul foglio lascia una traccia particolare. Che forma ha?

*Strumento didattico n. 2: Antiparallelogramma articolato*

A ciascun gruppo è stato dato il seguente materiale: pantografo per simmetria; fogli di carta bianchi (senza righe né quadretti); matite; gomma per cancellare; righello; compasso; scotch (per fissare i fogli alla macchina); mine di matita.

*Fase 1: Osservazione libera della macchina*

Sono stati messi di fronte all'artefatto senza alcun suggerimento. Che cosa è? (libertà assoluta di esprimere le proprie idee).

*Fase 2: Prepariamo la macchina*

Fissaggio dei fogli sul piano di lavoro della macchina.

*Fase 3: Descrizione: come è fatta la macchina?*

*Fase 4: Esplorazione della macchina come strumento*

Cosa fa?

*Fase 5: Proprietà delle trasformazioni intrinseche alla macchina:*

Perché lo fa?

*La discussione matematica*

Al termine delle attività in laboratorio, tornati in classe si ricrea ancora una situazione dinamica; si insedia una 'tavola rotonda' con alunni e insegnante seduti intorno: "Essa, sire, è a forma di cerchio e come il cerchio è perfetto (...) e poiché norma di perfezione è l'uguaglianza, ecco che nella tavola rotonda non ci saranno posti d'onore e la perfezione sarà uguale in tutti"<sup>69</sup>.

Si dà inizio alla discussione di ciò che si è fatto, ripetendo l'esperienza e traendo i concetti fondamentali dei contenuti disciplinari studiati. L'insegnante in questa fase funge da direttore d'orchestra e cerca, intervenendo il meno possibile, di soffermare l'attenzione su punti cruciali dal punto di vista dei contenuti.

*Eurowheel*

Al termine dell'attività di laboratorio con le macchine matematiche e della discussione di ciò che si era studiato, è stato effettuato un viaggio di istruzione a Mirabilandia, con il proposito di poter riconoscere l'ellisse in casi concreti. *Dal profilo della ruota panoramica tracciata con il prospettografo di Dürer alla scoperta dell'ellisse: che tipo di ovale descrivo attraverso il prospettografo? Per essere un'ellisse quali proprietà deve avere? Ha proprietà simmetriche? Esiste un centro di simmetria? Ciascun punto dell'ovale gode della stessa proprietà geometrica? Si tratta di un'ellisse? Allora dove sono i fuochi?* Tale esame avviene attraverso un'attività strettamente manuale, sul foglio di carta che ritrae il profilo della ruota.

<sup>69</sup> Tratto da *I Cavalieri della Tavola Rotonda* di M. Milani.

### **Riflessioni conclusive dell'insegnante**

La classe aveva già sperimentato l'utilizzo di artefatti per lo studio della geometria. In particolare durante il primo anno si erano svolte diverse attività con riga e compasso per costruire e giustificare le costruzioni geometriche.

Procedere con queste scelte didattiche di laboratorio e di sperimentazione ha permesso il raggiungimento degli obiettivi sia disciplinari che trasversali. Tali attività sono anche molto utili per il recupero delle lacune di base, l'apprendimento 'consapevole' conoscenza-competenza attraverso gli assi culturali.

Una geometria così impostata, inoltre, permette un diretto contatto con la realtà e le attività di uso quotidiano, che spesso non vengono interpretate in termini matematici. È importante anche sottolineare che la lezione di geometria in laboratorio non richiede più tempo rispetto all'insegnamento classico, anzi, lo riduce, poiché suggerimenti, osservazioni e congetture fanno parte di una scoperta e di una crescita culturale di ognuno, nel rispetto dei modi e tempi di apprendimento.

### *Divulgazione dell'esperienza*

Il progetto è stato presentato al Collegio dei docenti dell'istituto scolastico dove ha suscitato particolare interesse nei colleghi delle materie scientifiche e tecnologiche. Affinché tale esperienza possa coinvolgere tutte le classi dell'istituto, all'inizio dell'anno scolastico 2010-11 si tiene un corso di aggiornamento rivolto ai docenti dell'area tecnico-scientifica sul Laboratorio delle Macchine Matematiche, ubicato nella sede del Centro pedagogico della Provincia di Rimini.

Il progetto è stato presentato dagli studenti della classe durante l'*Open Day* dell'IPSIA ai genitori e agli studenti nuovi iscritti. Un filmato sulla sperimentazione si trova sul sito della scuola<sup>70</sup>.

All'interno della programmazione annuale di Matematica viene inserito dall'a.s. 2010-11 il laboratorio di geometria come strumento per l'apprendimento dei contenuti disciplinari e come metodo di indagine sul mondo reale.

---

<sup>70</sup> <http://www.albertirimini.it>.

### IL LABORATORIO DELLE MACCHINE MATEMATICHE: UN'OCCASIONE PER IMPARARE A IMPARARE

---

Paola Vanini

*Docente-ricercatrice, ANSAS - ex IRRE E-R*

Non sono un'esperta di matematica, ma sono stata catturata dall'idea di questo laboratorio, in primo luogo per l'impianto teorico a esso sotteso e, in seguito, per la possibilità di toccare, manipolare, far lavorare insieme sensi e mente in un circuito virtuoso che si autoalimenta. È possibile cogliere immediatamente, in questo modo, il significato di 'mediatore semiotico'. La macchina, con la sua possibilità di essere osservata, fatta funzionare, rivisitata e maneggiata da diversi punti di vista, sulla scorta delle ipotesi che si affacciano via via, è un formidabile intermediario fra il compito e i concetti matematici che stanno alla base del suo funzionamento. Concetti che a scuola spesso risultano difficili da comprendere e anche poco interessanti, scollegati come sono da curiosità o problemi reali. Per questo l'artefatto è un vero e proprio mediatore sia in senso psicologico che cognitivo. Da un lato, cattura gli studenti all'interno di situazioni problematiche agganciandone l'interesse; dall'altro, riduce il grado di astrazione e accorcia la distanza, a volte siderale, che li separa dal sapere matematico.

Da appassionata di processi cognitivi, intravedo in questo laboratorio la possibilità ulteriore di potenziare le capacità cognitive e motivazionali degli alunni, per stimolarli ad acquisire competenze trasferibili in altri contesti. Sempre nel solco della lezione di Vygotsky, vorrei spostare l'attenzione sull'azione dell'insegnante, e sulla sua capacità di progettare il lavoro, stimolare discussioni e rendere consapevoli gli studenti di strategie che potranno poi utilizzare in altre situazioni.

#### **Potenziare funzioni basilari per il ragionamento logico**

Prendiamo per esempio il momento iniziale del laboratorio: i ragazzi, in piccoli gruppi, devono osservare con attenzione la macchina che hanno sul tavolo e manipolarla per rispondere a due domande cruciali: "*Come è fatta?*" e "*Cosa fa?*".

Di solito a scuola si spiegano regole, teoremi, si insegnano algoritmi e poi si chiede agli alunni di applicarli nella risoluzione di problemi, di cui occorre solo decodificare e comprendere il testo. In questo caso, invece, si pongono gli studenti di

fronte a una situazione nuova, in cui devono osservare per capire in cosa consiste il problema, cercare di risolverlo e arrivare poi, per induzione, a scoprire i principi matematici sottesi. Situazioni come questa sollecitano negli studenti un funzionamento cognitivo fondamentale per l'acquisizione di un atteggiamento scientifico e utile in una molteplicità di occasioni di apprendimento, non solo scolastico. Di quali funzioni cognitive stiamo parlando? Ne citerò alcune:

- *abituarsi a effettuare un'osservazione panoramica dei dati*, senza fermarsi solo su quello o su quelli che hanno la maggiore evidenza percettiva per il soggetto: non è detto, infatti, che siano i più importanti per risolvere il problema;

- *tenere in considerazione più elementi contemporaneamente e cercare relazioni fra loro*, in modo attivo, senza lasciarsi attraversare pigramente da un'informazione alla volta, come capita di solito a chi ha un comportamento cognitivo di tipo passivo;

- *usare frequentemente il pensiero ipotetico*, ricorrendo spesso a domande del tipo: “*E se non fosse così... come potrebbe essere?*”; “*E se facessi così... cosa otterrei?*”;

- *formulare le prime ipotesi*, senza lasciarsi guidare in modo aprioristico e acritico, ma *verificandole attraverso un'esplorazione più analitica e sistematica di alcuni dati* e individuando modalità per metterle alla prova.

La situazione di laboratorio è il terreno ideale per mettere in gioco queste funzioni e, se l'insegnante è attento non solo a raggiungere i risultati ma anche a *implementare i processi*, può sollecitarle ulteriormente, con stimoli mirati. Se la classe, ad esempio, tende a considerare un solo punto di vista, il docente può invitarla a usare il pensiero ipotetico (“*Se non potessimo fare in questo modo... come potremmo fare?*”).

Per contrastare la percezione episodica e abituare a mettere in relazione le informazioni, può invitare gli alunni a confrontare ogni nuova macchina con quelle viste precedentemente chiedendo, per esempio, di cercare gli *aspetti simili e le novità*. Oltre a potenziare gli apprendimenti – perché molte peculiarità degli oggetti vengono evidenziate e colte proprio attraverso il confronto – questo comportamento cognitivo abitua gli alunni a mettere in rete le conoscenze acquisite e facilita il trasferimento di ciò che già conoscono alle nuove situazioni di apprendimento.

Un'altra utilissima funzione cognitiva che può essere potenziata nel lavoro di laboratorio è l'abitudine a cercare e selezionare le informazioni rilevanti e /o pertinenti, lasciando le altre sullo sfondo. Per allenare questo comportamento, è bene che il docente non guidi troppo l'osservazione dell'artefatto con domande precise, mirate, che scaturiscono dal suo sapere su quell'oggetto, ma lasci che l'osservazione proceda libera, orientata fondamentalmente dalle domande-chiave a cui abbiamo accennato sopra (*Com'è fatta la macchina? Cosa fa?*). Può sottolineare quanto di pertinente viene espresso dagli alunni, facendo un sommario ed eventualmente un'integrazione di ciò che hanno detto, e può

discutere con loro sulla necessità di selezionare i dati più rilevanti e sui criteri di scelta. Questo perché quando i ragazzi si troveranno nella vita a dover esplorare oggetti o situazioni nuove, senza la presenza di un adulto che li introduca e li rassicuri, possano attingere a modalità cognitive già utilizzate e già parte del loro repertorio strumentale.

### **Arricchire il lessico, l'argomentazione e la metacognizione**

Un'altra preziosa opportunità che il laboratorio fornisce ai docenti è quella di contribuire a potenziare il linguaggio degli studenti. In ogni lezione l'insegnante può introdurre e sottolineare alcuni vocaboli nuovi, precisi e particolarmente pregnanti per il lavoro e sensibilizzare al contempo gli alunni a coglierne con chiarezza il significato, approfittando dell'esperienza concreta con le macchine.

I ragazzi saranno poi sollecitati a utilizzare i nuovi termini nelle loro esposizioni, orali e scritte, in modo che questi divengano parte del loro repertorio attivo. Così facendo, oltre a promuovere un arricchimento del vocabolario si educa al piacere della precisione lessicale e si stimola il bisogno, trasferibile poi in altri contesti, di cogliere con chiarezza il concetto sotteso a ogni termine.

Nell'attività di laboratorio vi sono diversi momenti in cui gli alunni sono invitati a esprimersi verbalmente. Oltre all'esposizione delle osservazioni, vi è una fase successiva in cui si chiede agli studenti di comunicare l'esito delle loro elaborazioni sulle macchine o la soluzione che hanno dato ai quesiti posti dalle schede. Sono opportunità preziose non solo per sensibilizzarli ai vantaggi di un linguaggio preciso, appropriato, comprensibile, non egocentrico, ma anche per far cogliere loro, attraverso il confronto dei risultati spesso diversi, cui sono pervenuti i vari gruppi, che ci possono essere soluzioni differenti per lo stesso compito, al di là di quelle che sembrano più evidenti a ognuno. Queste constatazioni li predisporranno ad accettare con minore dogmaticità, anche nella vita, il contributo o il punto di vista diverso degli altri.

L'insegnante ha inoltre l'occasione in questi momenti di rafforzare negli alunni, attraverso stimoli opportuni (*"Perché?"*; *"Come fai a esserne sicuro?"*), la capacità di argomentare le conclusioni a cui sono giunti, in modo che esse risultino chiare anche agli altri, abituando gli studenti a ricorrere a evidenze oggettive e ad argomenti logicamente coerenti. Si può inoltre approfittare di questa fase di lavoro per socializzare non solo i risultati ottenuti ma anche i processi (*"Come avete fatto? Cosa vi ha aiutato? Cosa vi ha creato difficoltà?"*), così che gli alunni divengano più consapevoli delle strategie che usano e di quelle che mettono in atto i compagni per arrivare agli stessi o ad altri risultati. Questo lavoro potenzia e diversifica le risorse a disposizione per altre occasioni e conferisce agli studenti maggiore consapevolezza e controllo sul proprio modo di procedere (metacognizione).



## Scoprire e trasferire strutture

La fase più impegnativa per i docenti nel lavoro di laboratorio è forse quella di condurre la classe a tradurre in termini matematici il funzionamento della macchina, rispondendo all'ultima, cruciale domanda: *Perché lo fa?* In questa fase entra in gioco tutta la sapienza dell'insegnante che 'orchestra' la discussione, abitua gli studenti ad ascoltarsi, a innestare il proprio pensiero su quello degli altri, valorizza le intuizioni, stimola a tradurle in segni matematici e in relazioni fra essi, senza sovrapporsi, senza anticipare; supportando il pensiero dei ragazzi, se necessario, ma senza togliere loro il gusto di arrivare personalmente alla scoperta.

Il laboratorio offre la straordinaria opportunità di scoprire che il funzionamento concreto di una macchina, della ruota panoramica o delle giostre di Mirabilandia, di una molteplicità di altri oggetti della vita quotidiana è traducibile in una semplice formula matematica: breve, sintetica, potente. Questa formula contiene in nuce il segreto di tutti gli oggetti che funzionano allo stesso modo, indipendentemente dalla loro grandezza, dalla loro apparente differenza. La matematica non è più il contenuto astruso di una disciplina a pareti stagne, ma un linguaggio del mondo attraverso cui esprimere in modo straordinariamente sintetico e chiaro fenomeni interessanti per noi e per la nostra vita. Sta all'insegnante sensibilizzare gli alunni al fascino di questa scoperta e invitarli a cercare, una volta giunti a enunciare una formula, altri oggetti o eventi a essa potenzialmente riconducibili.

Ci riagganciamo a questa considerazione per sottolineare un'altra importante funzione del docente: quella di stimolare negli alunni l'abitudine alla riflessione e al transfer. Diversi momenti dell'attività di laboratorio possono essere utili a questo scopo. L'insegnante può invitare i ragazzi a riflettere con attenzione sul concetto sotteso a un nuovo termine, oppure sul processo che hanno usato per risolvere un compito, o sulla formula ricavata esplorando il funzionamento di una macchina. In tutti questi casi è importante che gli studenti si impadroniscano con chiarezza del concetto, del processo, della formula, se li rappresentino mentalmente cogliendone la struttura, arrivino a esprimerli con le proprie parole in modo più generale, così da astrarli dalla situazione specifica in cui li hanno appresi, e, su sollecitazione dell'insegnante, cerchino poi, nella loro esperienza o nelle loro conoscenze, altre situazioni in cui poterli applicare (transfer). Questo comportamento cognitivo svincola gli apprendimenti dal 'qui e ora' e rende possibile il trasferimento di strutture a campi di esperienza anche molto diversi fra loro, a condizione che siano isomorfe con essi, incrementando la creatività intellettuale e l'acquisizione di competenze. Le competenze sono un mix di conoscenze e abilità che il soggetto riesce a trasferire e a usare in contesti nuovi, per rispondere a un bisogno, a un problema.

Difficilmente gli alunni attivano spontaneamente il processo di transfer, perché esso implica un investimento cognitivo, una fatica non necessaria per portare a termine i compiti assegnati: è indispensabile l'azione intenzionale e ricorrente dell'insegnante che chiede agli studenti di riflettere, ricavare strutture e trasferirle. Il transfer, come tutte le funzioni cognitive, se sollecitato con frequenza, diventerà presto un'abitudine per i ragazzi, entrerà a far parte del loro stile di pensiero ed essi vi ricorreranno spontaneamente non solo nel contesto scolastico.

### **Lavorare in un clima idoneo**

In un'attività di questo genere, i ragazzi sono invitati a intervenire più spesso che durante le normali attività scolastiche e in termini più personali. Devono infatti comunicare non tanto ciò che hanno studiato e ripetuto, ma l'oggetto delle loro osservazioni, congetture, conclusioni. Esporre il loro punto di vista alle prospettive cognitive degli altri, al loro vaglio: rischiare per apprendere.

È, ancora una volta, responsabilità dell'insegnante garantire un clima che consenta a ogni alunno di assumere questo rischio serenamente. Individuare e valorizzare gli aspetti positivi insiti in ogni contributo, anche se non completamente pertinente; trattare gli errori come formidabili occasioni per riflettere e imparare: sono componenti fondamentali del bagaglio professionale del docente.

### **Per concludere**

Il Laboratorio delle Macchine Matematiche ci sembra un'occasione imperdibile per potenziare la didattica. La sua impostazione stimola negli studenti un comportamento attivo, la percezione di essere produttori e non solo fruitori di informazioni; chiama in gioco una serie di funzioni cognitive difficilmente sollecitate a scuola e spendibili poi in numerosi altri contesti di vita. In questo senso sembra essere un ambiente più idoneo a far acquisire ai ragazzi competenze, rispetto alle attività scolastiche tradizionali, imperniate fortemente su funzioni di ascolto, memorizzazione, deduzione, ripetizione.

Ci preme però sottolineare che la situazione del laboratorio, di per sé, non è sufficiente. La variabile più rilevante e cruciale è, a nostro avviso, il ruolo del docente, non solo come esperto della disciplina, 'orchestratore' delle attività e trainer intenzionale delle funzioni cognitive suddette, ma anche come garante del clima di lavoro e mediatore del senso e del significato dell'esperienza con i ragazzi.

Per questo riteniamo che la formazione dei docenti, nel nostro paese, meriti elaborazioni coraggiose e investimenti consistenti.

### IL LABORATORIO DI MATEMATICA: FARE SISTEMA IN EMILIA-ROMAGNA

Maria Giuseppina Bartolini Bussi

Università di Modena e Reggio Emilia – ICMI (International Commission on Mathematical Instruction)

Il Gruppo di lavoro di Modena ha promosso, incoraggiato, sostenuto altre iniziative sul territorio regionale allo scopo di diffondere la metodologia del Laboratorio di Matematica. In alcuni casi le iniziative si sono estese a territori limitrofi. L'elenco che segue dà solo un'idea di quanto è avvenuto: in vari casi, pubblicazioni specifiche saranno prodotte dai protagonisti e dai Centri coinvolti.

**Modena.** Le macchine aritmetiche sono entrate in vari progetti di formazione in servizio. Il progetto di matematica delle insegnanti delle scuole del comune di Modena è centrato sull'uso di un pallottoliere di grandi dimensioni, introdotto in tutte le scuole<sup>71</sup>. Alle scuole primarie e secondarie di primo grado è stato proposto dal Centro MEMO nel 2009-10 un corso sul tema *Laboratorio di Matematica: il caso della scuola cinese*<sup>72</sup>, con la costruzione e l'uso del *suànphán* (abaco cinese).

**Piacenza.** L'attività del CDE è stata arricchita dalla collaborazione stabile con N. Nolli (Liceo scientifico "Aselli" di Cremona), vicina geograficamente alla sede di Piacenza. In collaborazione con il gruppo di Modena, N. Nolli ha curato la pubblicazione di un DVD sulla Mostra *Perspectiva Artificialis*, realizzata a Cremona nel 2008, e contenente, oltre al catalogo, i laboratori didattici organizzati dagli studenti del liceo scientifico "Aselli" con i loro insegnanti. N. Nolli ha anche realizzato, in collaborazione con R. Garuti e F. Martignone, un approccio originale alle macchine matematiche nella scuola secondaria di primo grado, in cui il ruolo di tutor esperti è stato svolto dagli studenti di una classe quarta del liceo.

**Ravenna.** La sinergia tra il Centro risorse territoriali per la formazione e l'innovazione didattica di Lugo e la Palestra della Scienza di Faenza ha promosso e dato valore alla realizzazione di varie iniziative nel laboratorio senza pareti di *Matebilandia*<sup>73</sup>, la realizzazione della mostra *La Bottega Matematica* (realizzata con il supporto dell'Università di Modena e Reggio Emilia) e l'omonimo concorso<sup>74</sup>.

<sup>71</sup> <http://istruzione.comune.modena.it/memo/Sezione.jsp?idSezione=1772>.

<sup>72</sup> <http://istruzione.comune.modena.it/memo/Sezione.jsp?idSezione=1783>.

<sup>73</sup> [http://www.mirabilandia.it/pdf/prog\\_dida\\_13.pdf](http://www.mirabilandia.it/pdf/prog_dida_13.pdf).

<sup>74</sup> [http://palestradellascienza/faenza.racine.ra.it/Eventi/2009/BottegaMatematica/Images/Concorso\\_LaBottegaMatematica.pdf](http://palestradellascienza/faenza.racine.ra.it/Eventi/2009/BottegaMatematica/Images/Concorso_LaBottegaMatematica.pdf).

**Rimini.** I corsisti hanno promosso nelle loro scuole la didattica laboratoriale con le macchine matematiche. Inoltre l'insegnante Carla Ferretti e i suoi studenti parteciperanno, con il laboratorio sulle macchine matematiche, all'evento *Una scuola grande come la regione*, a settembre 2010.

**Bologna.** Il tutor S. Banchelli, del liceo scientifico "Visitandine-Malpighi" di Castel San Pietro Terme (Bo), ha avviato una collaborazione stabile con l'Associazione Macchine Matematiche di Modena per la costruzione di percorsi didattici sul disegno prospettico e i prospettografi<sup>75</sup>.

Come appare dalle presentazioni curate dai Centri (cap. 8), si prevede in tutte le province il proseguimento e il rilancio dell'attività nel prossimo anno. Anche alcune delle province non ancora partecipanti al Progetto hanno promosso o ospitato eventi sul Laboratorio di Matematica.

**Forlì-Cesena.** Presso il liceo "Ferrari" di Cesenatico da vari anni, in occasione della finale nazionale delle Olimpiadi di matematica, si svolge una mostra, allestita per conto dell'Unione Matematica Italiana dall'Associazione Macchine Matematiche di Modena, con la visita di centinaia di studenti<sup>76</sup>.

**Parma.** Il 22 maggio 2010 l'Assessore alle politiche scolastiche della Provincia di Parma, Giuseppe Romanini, ha organizzato un evento dal titolo *Un nuovo Milione: Insegnamento-apprendimento della Matematica tra Oriente e Occidente*<sup>77</sup>. Nel convegno, a cui hanno partecipato circa 300 insegnanti, sono stati restituiti i risultati del Progetto regionale e alcuni risultati di un progetto di laboratorio interculturale.

**Reggio Emilia.** Nell'a.s. 2009-10 la Facoltà di Scienze della Formazione di Reggio Emilia (Università di Modena e Reggio Emilia) ha avviato un progetto di tirocinio, *Artefatti fatti ad arte*, costituendo un gruppo misto di docenti universitari, di supervisori del tirocinio, di studenti tirocinanti di Scienze della Formazione primaria e di tutor accoglienti delle scuole. Il progetto, centrato sulla metodologia del Laboratorio di Matematica, ha consentito l'avvio di una decina di tesi di laurea.

Questo breve elenco testimonia l'interesse per il Laboratorio con le Macchine Matematiche suscitato in gran parte della regione da questo progetto, che ha operato come catalizzatore e promotore di iniziative coinvolgenti centinaia di insegnanti e migliaia di studenti delle scuole di ogni ordine e grado. In questo modo sono stati favoriti anche scambi, contatti e sinergie tra le diverse istituzioni, con l'obiettivo, appunto, di *fare sistema nella Regione Emilia-Romagna*<sup>78</sup>.

---

<sup>75</sup> <http://www.macchinematematiche.org/>.

<sup>76</sup> [http://www.scuolaer.it/notizie/Eventi/olimpiadi\\_matematica\\_cesenatico.aspx](http://www.scuolaer.it/notizie/Eventi/olimpiadi_matematica_cesenatico.aspx).

<sup>77</sup> [http://www.scuolaer.it/notizie/Eventi/nuovo\\_milione.aspx](http://www.scuolaer.it/notizie/Eventi/nuovo_milione.aspx).

<sup>78</sup> [http://www.scuolaer.it/notizie/regione\\_scuola/fare\\_sistema\\_regione\\_emilia\\_romagna.aspx](http://www.scuolaer.it/notizie/regione_scuola/fare_sistema_regione_emilia_romagna.aspx).